УДК 621.926.5:539.215:531.36

К. Ю. Дейнека, к.т.н. Національний університет водного господарства та природокористування (м. Рівне)

САМОЗБУДЖЕННЯ АВТОКОЛИВАНЬ ВНУТРІШНЬО КАМЕРНОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ БАРАБАННОГО МЛИНА

Виявлено причини самозбудження пульсацій завантаження у поперечному перерізі камери обертового барабана й отримано умови стійкості усталеного руху машинного агрегату млина та зсувної течії зернистого внутрішньо камерного завантаження.

Ключові слова: внутрішньо камерне завантаження, самозбудження пульсацій, умови стійкості.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Новим технологічним напрямом радикального підвищення відносно низької енергетичної ефективності барабанних машин є активізація циркуляції завантаження шляхом надавання йому коливних рухів у камері. Доволі перспективним вдосконалення робочих процесів видається на основі ефекту самозбудження автоколивань завантаження, на базі традиційних конструктивних рішень обладнання з барабаном без додаткових елементів, що піддаються прискореному зносу.

Аналіз останніх публікацій, у яких започатковане розв'язання цієї проблеми і на які спирається автор, виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. Було розроблено моделі вимушених коливань у приводі завантаженого барабана [1], фрикційних коливань при проковзуванні всього завантаження [2], фрикційних коливань при проковзуванні всього завантаження та пружних коливаннях привода [3], фрикційних коливань при проковзуванні центральної малорухливої частини відносно решти завантаження [4] та фрикційних коливань внутрішніх шарів завантаження [5].

Однак застосування таких спрощених моделей фрикційних крутильних коливань зумовлює розбіжність одержуваних розрахункових результатів з експериментальними даними, оскільки проковзування завантаження відносно поверхні камери практично відсутнє.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). За мету було поставлено встановлення чинників автоколивного руху завантаження обертової камери.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Завантажений барабан (рис. 1) є системою сталого складу зі змінними інерційними

параметрами – осьовим моментом інерції та положенням центра мас, змінність яких зумовлена перерозподілом із відносним рухом мас завантаження на тілі барабана.



Рис. 1. Розрахункова схема завантаженого барабана

На основі методів механіки відносного руху було отримано вирази для кінетичної енергії, головного вектора та головного моменту кількостей руху завантаженого барабана. Застосування принципу твердіння механічної системи істотно спростило отримання рівнянь руху:

$$M_{n} = I_{z} \frac{dW}{dt} + M_{o}, \qquad M_{o} = m_{z} + M_{az}, \qquad m_{z} = m_{kz} + m_{vz}, \qquad M_{az} = -\operatorname{r} g \operatorname{c}_{w} dw,$$
$$m_{kz} = -2\operatorname{r} W \operatorname{c}_{w} (r_{nx}u_{x} + r_{ny}u_{y}) dw, \qquad m_{vz} = -\operatorname{r} \operatorname{c}_{w} \operatorname{c}_{w} e^{r_{nx}} \frac{du_{y}}{dt} - r_{ny} \frac{du_{x}}{dt} \operatorname{c}_{w} e^{t} dw,$$
$$I_{z} = \operatorname{r} \operatorname{c}_{w} (r_{y}^{2} + r_{z}^{2}) dw,$$

де M_n – привідний крутний момент, I_z – осьовий момент інерції завантаженого барабана; ω – кутова швидкість барабана; t – час; M_o – момент опору завантаження обертанню барабана; m_z – момент реактивних сил завантаження; m_{kz} – момент реактивних коріолісових сил; m_{vz} – момент реактивних варіаційних сил; M_{az} – момент активних масових сил завантаження.

Було залучено рівняння Лагранжа другого роду для системи зі змінними інерційними параметрами з використанням принципу твердіння

$$\frac{d^*}{dt}\frac{\P^*T}{\P\mathsf{w}} - \frac{\P^*T}{\P\mathsf{f}} = M_e - m, \qquad T = \frac{I\mathsf{w}^2}{2},$$

де d^*, \P^* – знаки спеціальних похідних за принципом твердіння системи; M_e , *m* та *I* – узагальнені (зведені) моменти зовнішніх, реактивних сил та осьовий момент інерції.

Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – №3(42).– 2014. – ПолтНТУ

На основі використання принципу встановлення ієрархії змінних було прийнято гіпотезу про близькість руху системи до обертання з кутовою швидкістю, що повільно змінюється. Динамічні й інерційні параметри вважалися квазістатичними залежностями швидкості обертання, що дозволило одержати рівняння перехідного руху барабанної машини

$$\frac{\hat{i}}{\hat{e}}\frac{\hat{e}w^2}{2}\frac{d^{2^*}I_{\mathfrak{g}}(w)}{dw^2} + 2w\frac{d^*I_{\mathfrak{g}}(w)}{dw} + I_{\mathfrak{g}}(w) + I_{\delta}\frac{\dot{u}}{\dot{u}}\frac{1}{t^2} + I_{\delta}\frac{\ddot{u}}{\dot{p}}\frac{dw}{dt} = M_{\delta}(w) - \frac{M_{\mathfrak{g}}(w) + M_{\delta}}{ih_{\kappa}}$$

де I_{3} , I_{δ} та I_{∂} – осьові моменти інерції завантаження, барабана й обертових частин двигуна; M_{∂} – момент привідного двигуна; M_{3} – момент опору обертанню барабана; M_{δ} – момент опору в опорах барабана; *i* та h_к – передавальне відношення та коефіцієнт корисної дії привода.

Розглядаючи отримане рівняння, можна ввести позначення

$$M(\mathbf{w}) = M_{\partial}(\mathbf{w}) - \frac{M_{\beta}(\mathbf{w}) + M_{\delta}}{i\mathbf{h}_{\kappa}}, \qquad (1)$$

$$I(\mathbf{w}) = \frac{\acute{\mathbf{e}}\mathbf{w}^2}{\acute{\mathbf{e}}^2} \frac{d^2 I_{\mathfrak{g}}(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}^2} + 2\mathbf{w} \frac{dI_{\mathfrak{g}}(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} + I_{\mathfrak{g}}(\mathbf{w}) + I_{\delta} \overset{\mathbf{u}}{\mathbf{u}} \frac{1}{i^2} + I_{\delta}.$$
 (2)

Приймаючи $W = W_0 = const$, з рівняння перехідного руху барабанної машини з урахуванням формули (1) можна одержати рівняння для визначення значень W_0 , що відповідають усталеним режимам руху агрегату;

$$M(\mathbf{w}_0) = 0. \tag{3}$$

Тому розв'язок відносно dW/dt з урахуванням виразів (1) та (2) має вигляд

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \frac{M(\mathbf{w})}{I(\mathbf{w})}.$$
(4)

За незбурений можна прийняти усталений рух, що відповідає $w = w_0$. Позначивши значення швидкості у збуреному русі $w = w_0 + x$ та вносячи його у вираз (4), можна одержати

$$\frac{dx}{dt} = \frac{M(\mathsf{w}_0 + x)}{I(\mathsf{w}_0 + x)}.$$

Можна позначити

$$F(\mathbf{w}) = \frac{M(\mathbf{w})}{I(\mathbf{w})}.$$

Тоді

$$\frac{dF(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} = \frac{1}{I(\mathbf{w})^2} \stackrel{e}{\mathbf{e}} I(\mathbf{w}) \frac{dM(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} - M(\mathbf{w}) \frac{dI(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} \stackrel{i}{\mathbf{e}}.$$

Ураховуючи формулу (3), можна одержати

$$\frac{dF(w_0)}{dw} = \frac{1}{I(w_0)} \frac{dM(w_0)}{dw}, \qquad F(w_0) = 0.$$

Розклавши *F*(w) у ряд та обмежившись двома першими членами, можна знайти

$$F(\mathbf{w}_0 + x) = \frac{1}{I(\mathbf{w}_0)} \frac{dM(\mathbf{w}_0)}{d\mathbf{w}} x.$$

Тоді рівняння збуреного руху набуває вигляду

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{I(\mathsf{w}_0)} \frac{dM(\mathsf{w}_0)}{d\mathsf{w}} x.$$
(5)

Множачи обидві частини рівняння (5) на x та вводячи функцію $v = x^2/2$, після перетворень можна одержати

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{I(\mathsf{w}_0)} \frac{dM(\mathsf{w}_0)}{d\mathsf{w}} x^2.$$
(6)

Оскільки функція $v \in$ явно додатною відносно x, а її похідна по часу, обчислена згідно з рівнянням збуреного руху (5), визначається правою частиною рівності (6), то на підставі прямого методу Ляпунова усталений рух буде асимптотично стійким, якщо права частина (6) менша від нуля, і нестійким, якщо права частина більша за нуль. Тоді умова асимптотичної стійкості усталеного руху машинного агрегату має вигляд

$$\frac{\frac{dM_{3}(\mathsf{w})}{d\mathsf{w}}\frac{1}{i\mathsf{h}_{\kappa}}-\frac{dM_{\delta}(\mathsf{w})}{d\mathsf{w}}}{\overset{6}{\mathsf{e}}\frac{d^{2}I_{3}(\mathsf{w})}{d\mathsf{w}^{2}}+2\mathsf{w}_{0}\frac{dI_{3}(\mathsf{w})}{d\mathsf{w}}+I_{3}(\mathsf{w})+I_{\delta}\overset{\mathbf{\check{u}}}{\overset{\mathbf{\check{u}}}\frac{1}{i^{2}}}+I_{\delta}}>0.$$
(7)

Екстремальне від'ємне значення другої похідної $d^2 I_s(W)/dW^2$ може викликати від'ємне значення знаменника отриманої умови стійкості, а екстремальне від'ємне значення похідної $dM_s(W)/dW$ – від'ємне значення всього чисельника умови. Це може привести до невиконання умови (7) та втрати стійкості руху.

Автоколивання в камері обертового барабана спричинені інерційним режимом поведінки зернистого завантаження (рис. 2), що перебуває у стані зсувної течії (рис. 3). Такий режим реалізується при невеликій густині середовища та великому зсуванні швидкостей. За таких умов між елементами завантаження завжди виникають деякі зазори. Взаємодія елементів здійснюється внаслідок їх безперервного зштовхування [6–9].

Дисперсна й несуча фази завантаження розглядалися як суцільне середовище з осередненими параметрами, а математичне описування руху багатофазної системи здійснювалося за допомогою осереднених величин.





Рис. 2. Схема моделі картини руху завантаження в перерізі камери обертового барабана: 1 – зона твердотільного руху; 2 – зона відокремлення та падіння; 3 – зона зсувного шару

Рис. 3. Схема зсувного потоку завантаження в інерційному режимі

На основі теорії швидких рухів зернистих середовищ як математичну модель завантаження було вибрано рівняння неньютонівської рідини, що не стискається. Було приблизно розв'язано вихідне рівняння вигляду

$$\mathbf{r} \underbrace{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{g}}}_{\mathbf{f}} \underbrace{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{f}}}_{\mathbf{f}} + u_{j} \underbrace{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{f}}}_{\mathbf{f}x_{j}} \underbrace{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{o}}}{\neq}}_{\neq} = - \frac{\boldsymbol{\mathfrak{g}}p}{\boldsymbol{\mathfrak{f}}x_{i}} + \frac{\boldsymbol{\mathfrak{f}}P_{ij}}{\boldsymbol{\mathfrak{f}}x_{j}} + \mathbf{r} g_{i},$$
$$P_{ij} = \overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{c}} \underbrace{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{f}}}_{\mathbf{f}} - \frac{1}{3} \mathbf{h} \frac{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{f}}}{\boldsymbol{\mathfrak{f}}x_{k}} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{o}}}{\neq} \mathbf{d}_{ij} - \mathbf{h} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{g}} \underbrace{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{f}}}_{\mathbf{f}x_{j}} + \frac{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\mathbf{f}}}{\boldsymbol{\mathfrak{f}}x_{i}} \overset{\boldsymbol{\mathfrak{o}}}{\overset{\boldsymbol{\mathfrak{g}}}{\neq}},$$

де **г** = const – масова густина; $\stackrel{\mathbf{r}}{u}$ – середня (макроскопічна) швидкість; $\stackrel{\mathbf{r}}{P}$ – тензор в'язких напружень; p – дисперсний тиск; $\stackrel{\mathbf{r}}{g}$ – об'ємна сила тяжіння; η – коефіцієнт в'язкості. Ураховувалися закони збереження маси, імпульсу та теплової енергії [10 – 13]:

$$\frac{\P \mathbf{r}}{\P t} + u_i \frac{\P \mathbf{r}}{\P x_i} = -\mathbf{r} \frac{\P u_i}{\P x_i}, \qquad \mathbf{r} \mathop{\mathbb{C}}\limits^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{G}} \frac{\P u_i}{\P t} + u_j \frac{\P u_i}{\P x_j} \stackrel{\bullet}{\stackrel{\bullet}{\stackrel{\bullet}{\Rightarrow}}} = -\frac{\P P_{ij}}{\P x_j},$$
$$\frac{3}{2} \mathbf{r} \mathop{\mathbb{C}}\limits^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{G}} \frac{\P T}{\P t} + u_i \frac{\P T}{\P x_i} \stackrel{\bullet}{\stackrel{\bullet}{\Rightarrow}} = \frac{\P}{\P x_i} \mathop{\mathbb{C}}\limits^{\mathfrak{A}}_{\mathfrak{G}} \frac{\P T}{\P x_i} \stackrel{\bullet}{\stackrel{\bullet}{\Rightarrow}} - P_{ij} \frac{\P u_i}{\P x_j} - I, \qquad (8)$$

де $T = u_T^2/3$ – температура середовища; u_T – середня швидкість хаотичного руху елементів (теплова швидкість); κ – коефіцієнт теплопровідності; I – зменшення енергії хаотичного руху елементів унаслідок їх непружного співударяння.

Вибрані замикаючі співвідношення мають вигляд

$$\mathbf{r} = \overset{\mathbf{e}}{\underset{e}{\mathbf{e}}} \frac{a}{a+s} \overset{\mathbf{o}^2}{\underset{e}{\mathbf{o}}} \mathbf{r}_p, \quad p = a_p \mathbf{r} \frac{(a+s)v_T}{t_e}, \quad \mathbf{h} = a_{\mathbf{h}} \mathbf{r} \frac{(a+s)^2}{t_e}$$

Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – №3(42).– 2014. – ПолтНТУ

$$\mathbf{k} = a_{\mathbf{k}}\mathbf{r} \frac{(a+s)^2}{t_e}, \quad I = a_I\mathbf{r} \frac{(1-e^2)v_T^2}{t_e}, \quad t_e = t_f + t_c = \frac{s}{v_T} + \mathbf{a} \frac{a}{c},$$

де a – середній розмір частинок завантаження (рис. 3); s – середній вільний пробіг частинок; ρ_p – об'ємна густина завантаження при максимальній упаковці частинок; e – коефіцієнт відношення швидкості при непрямому ударянні; t_e – повний час між двома зіштовхуваннями частинок; t_f – час вільного пробігу; t_c – час контакту; c – швидкість пружної хвилі в речовині частинки завантаження; α =2 – безрозмірний параметр; a_p , a_η , a_κ , a_I – безрозмірні коефіцієнти за порядком одиниці.

Після використання декартових координат *x*, *y*, *z* та позначення $u = \{u, v, w\}$ рівняння (8) у компонентах набувають такого вигляду:

$$r_{t} + ur_{x} + vr_{y} + wr_{z} = -r(u_{x} + u_{y} + u_{z}),$$

$$r(u_{t} + uu_{x} + vu_{y} + wu_{z}) = -\frac{\acute{e}}{\acute{e}}p - \frac{1}{3}h(u_{x} + v_{y} + w_{z})\overset{i}{\flat}_{x}^{i} + 2(hu_{x})_{x} + \frac{h(u_{y} + v_{x})]_{y} + [h(u_{z} + w_{x})]_{z},$$

$$r(v_{t} + uv_{x} + vv_{y} + wv_{z}) = -\frac{\acute{e}}{\acute{e}}p - \frac{1}{3}h(u_{x} + v_{y} + w_{z})\overset{i}{\flat}_{x}^{i} + 2(hv_{y})_{y} + \frac{h(u_{y} + v_{x})]_{x} + [h(v_{z} + w_{y})]_{z},$$

$$r(w_{t} + uw_{x} + vw_{y} + ww_{z}) = -\frac{\acute{e}}{\acute{e}}p - \frac{1}{3}h(u_{x} + v_{y} + w_{z})\overset{i}{\flat}_{x}^{i} + 2(hw_{z})_{z} + \frac{h(u_{z} + w_{x})]_{x} + [h(v_{z} + w_{y})]_{z},$$

$$r(w_{t} + uw_{x} + vw_{y} + ww_{z}) = -\frac{\acute{e}}{\acute{e}}p - \frac{1}{3}h(u_{x} + v_{y} + w_{z})\overset{i}{\flat}_{y}^{i} + 2(hw_{z})_{z} + \frac{h(u_{z} + w_{x})]_{x} + [h(v_{z} + w_{y})]_{y},$$

$$(9)$$

$$\frac{3}{2}r(T_{t} + uT_{x} + vT_{y} + wT_{z}) = (kT_{x})_{x} + (kT_{y})_{y} + (kT_{z})_{z} - \frac{\acute{e}}{\acute{e}}p - \frac{1}{3}h(u_{x} + v_{y} + w_{z}) + h[2(u_{x}^{2} + v_{y}^{2} + w_{z}^{2}) + (u_{y} + v_{x})^{2} + (u_{z} + w_{x})^{2} + (v_{z} + w_{y})^{2}] - I.$$

Для виведення середовища із зрівноваженого стану можна додати малих збурень усім функціям, що характеризують систему. Це означає представлення шуканих функцій у вигляді $f({}^{t}r,t) = f_0({}^{t}r) + f({}^{t}r,t)$, $f \ll < f_0$, де стаціонарні величини відмічено індексом 0, а малі збурення – штрихом. Такі вирази можна підставити у формулу (9) і залишити доданки лише першого порядку за амплітудами збурень. У розглядуваному випадку зрівноважені функції є сталими, крім поздовжньої швидкості, а швидкість и0=Гу, де Г=du/dy – швидкість зсування. Тоді система рівнянь для таких амплітуд має вигляд

$$\mathbf{r} \not c + u_0(y) \mathbf{r} \not c = \mathbf{r}_0(u \not c + u \not c + w \not c),$$

$$r_{0}[u\varphi + u_{0}(y)u\varphi + Gv\varphi] = -p\varphi + \frac{1}{3}h_{0}(u\varphi + v\varphi + w\varphi)_{x} + +h_{0}[2u\varphi + (u\varphi + v\varphi)_{y} + (u\varphi + w\varphi)_{z}] + Gh\varphi, r_{0}[v\varphi + u_{0}(y)v\varphi] = -p\varphi + \frac{1}{3}h_{0}(u\varphi + v\varphi + w\varphi)_{y} + +h_{0}[(v\varphi + u\varphi)_{x} + 2v\varphi + (v\varphi + w\varphi)_{z}] + Gh\varphi,$$
(10)
$$r_{0}[w\varphi + u_{0}(y)w\varphi] = -p\varphi + \frac{1}{3}h_{0}(u\varphi + v\varphi + w\varphi)_{z} + +h_{0}[(w\varphi + u\varphi)_{x} + 2w\varphi + (w\varphi + v\varphi)_{y}],$$
(10)
$$\frac{3}{2}r_{0}[T_{t}\varphi + u_{0}(y)T_{x}\varphi] = k_{0}(T_{x}\varphi + T_{y}\varphi + T_{z}\varphi) - p_{0}(u\varphi + v\varphi + w\varphi) + + 2h_{0}G(u\varphi + v\varphi) + G^{2}h\varphi - I\varphi$$

Надалі розглядаються лише збурення густини ρ , швидкості w поперек площини зсування та температури T, що розповсюджуються перпендикулярно до площини зсування потоку (x, y) з амплітудами, які не залежать від координати упоперек потоку. Розгляд обмежується випадком збурень із хвильовим вектором $k = \{0,0,k\}$, що задає плоскі хвилі $\overset{*}{a}_{k=0}^{*} A_k \exp i(kz - wt)$.

Тоді система рівнянь (10) зводиться до системи, що містить функції ρ' , w' та T',

$$\mathbf{r}_{t} = -\mathbf{r}_{0}w_{x}, \ \mathbf{r}_{0}w_{t} = -p_{x} + \frac{7}{3}\mathbf{h}_{0}w_{zz}, \ \frac{3}{2}\mathbf{r}_{0}T_{t} = \mathbf{k}_{0}T_{zz} - p_{0}w_{z} + \mathbf{G}^{2}\mathbf{h} - I.$$
(11)

Після заміни $\partial/\partial t$ =-*iw_k*, $\partial/\partial z$ =*ik* система (11) набуває вигляду

$$\mathbf{w}_{\mathbf{c}i}^{\mathbf{c}\mathbf{r}} {}_{_{0}}\mathbf{w} - \frac{7}{3}\mathbf{h}_{_{0}}\overset{\mathbf{\ddot{o}}}{\underset{\mathbf{\phi}}{=}} ikp, \mathbf{r} = \mathbf{w}\frac{\kappa\mathbf{r}_{_{0}}}{\mathbf{w}_{_{k}}}, T\overset{\mathbf{c}\mathbf{\dot{\sigma}}}{\underset{\mathbf{\dot{e}}}{=}} i\mathbf{r}_{_{0}}\mathbf{w} - \mathbf{k}_{_{0}}k^{2}\overset{\mathbf{\ddot{o}}}{\underset{\mathbf{\phi}}{=}} ikp_{_{0}}\mathbf{w} - \mathbf{G}^{2}\mathbf{h} + I.$$
(12)

Збурення густини, тиску та коефіцієнтів переносу можуть бути виражені як функції середньої довжини вільного пробігу та температури:

$$\mathbf{r} = -\frac{3\mathbf{r}_{0}s}{(a+s_{0})^{4}}, \quad w = -\frac{3\mathbf{w}_{k}s}{(a+s_{0})^{4}k}, \quad p,h,I = (p_{1},h_{1},I_{1})s + (p_{2},h_{2},I_{2})T, \quad (13)$$

$$\exists e \ p_{1},h_{1},I_{1} = \frac{\P(p,h,I)}{\P s} + \frac{\P(p,h,I)}{\P T}.$$

Підставляючи вирази (13) в систему (12) та прирівнюючи відповідний визначник нулю, можна одержати кубічне рівняння для комплексної частоти

$$\mathbf{w}^{3} + i(a_{1}k^{2} - b_{1})\mathbf{w}^{2} + k^{2}(c_{1}k^{2} - d_{1})\mathbf{w} - k(e_{1}k^{2} + f_{1}) = 0.$$
(14)

Уводячи величину β=-iω, можна перетворити рівняння (14) й отримати дисперсійне рівняння

$$\mathbf{b}^{3} + (a_{1}k^{2} - b_{1})\mathbf{b}^{2} + k^{2}(c_{1}k^{2} - d_{1})\mathbf{b} - k^{2}(e_{1}k^{2} + f_{1}) = 0,$$
(15)

де коефіцієнтами рівняння є

$$a_{1} = \frac{1}{r_{0}} \bigotimes_{0}^{\Theta} a_{h} + a_{0} \bigotimes_{0}^{\Theta} a_{0}, \quad b_{1} = \frac{1}{r_{0}} (a_{h}h_{2}G^{2} - a_{I}I_{2}), \quad c_{1} = \frac{7}{3r_{0}^{2}} a_{k}a_{h}h_{0}^{2},$$

$$d_{1} = \frac{1}{3r_{0}} \bigotimes_{0}^{\Theta} 7a_{h}b_{1}h_{0} + a_{p}(a + s_{0})p_{1} + \frac{3a_{p}p_{2}}{r_{0}} (r_{0}T_{0} - a_{p}p_{0}) \bigotimes_{0}^{U}$$

$$e_{1} = \frac{a + s_{0}}{3r_{0}} a_{p}a_{k} \bigotimes_{0}^{\Theta} p_{1} + \frac{3T_{0}p_{2}}{a + s_{0}} \bigotimes_{0}^{\Theta} p_{0},$$

$$f_{1} = \frac{a + s_{0}}{3r_{0}^{2}} a_{p} [p_{2}(a_{h}h_{1}G^{2} - a_{I}I_{1}) - p_{1}(a_{h}h_{2}G^{2} - a_{I}I_{2})]$$

Дійсні частини коренів рівняння (15) є декрементами, а уявні частини коренів – дійсними частотами зі знаком мінус. Розв'язок дисперсійного рівняння має три корені, що відповідають трьом гармонікам зі змінними протягом часу густиною, швидкістю вздовж хвильового вектора та температурою.

Задача про стійкість руху зернистого завантаження досліджується в межах механіки суцільних середовищ. Тому мінімальна довжина хвилі розглядуваних збурень провинна бути значно більшою за характерний розмір, за який можна прийняти суму діаметра *a* та середньої довжини вільного пробігу s_0 частинок. Можна вибрати $\lambda_{min}=A(a+s_0)$, A>>1, а також максимальне хвильове число збурень $k_{max}=2\pi/\lambda_{min}$ [14, 15].

Надалі розглядається стійкість зсувного потоку по відношенню до малих збурень із хвильовими числами в інтервалі 0<*k*<*k_{min}*. Корені дисперсійного рівняння (15) можуть бути визначені за формулами Кардано при різних параметрах середовища.

Було виконано розрахунки для випадку абсолютно жорстких частинок завантаження, коли час контакту $t_c=0$. Побудовано нейтральну криву $k_0(s_0)$ (рис. 4), що розділяє області стійкості та нестійкості й відповідає нульовому значенню декремента $\gamma^{(2,3)}(k_0)=0$. Частина площин (s_0,k_0) , що лежить праворуч від нейтральної кривої, відповідає додатним значенням $\gamma^{(2,3)}$ і нестійкості, а ліворуч від нейтральної кривої – від'ємним значенням та стійкості. Зі збільшенням середньої довжини вільного пробігу s_0 зростає хвильове число k_0 , що характеризує гармоніку збурення, яка має нейтральну стійкість.

На рис. 4 показано також нейтральну криву, що розділяє області стійкості та нестійкості для випадку частинок, що деформуються ($t_c=t_f$).



Рис. 4. Дисперсійні криві та схеми областей стійкого й нестійкого руху завантаження: 1 – дисперсійна крива для абсолютно жорстких елементів; 2 – дисперсійна крива для елементів, що деформуються, при демпфуванні

Порівняно з випадком $t_c=0$ цю нейтральну криву зсунуто у бік менших довжин вільного пробігу. Зростання часу контакту t_c може спричинити демпфірувальна дія частинок подрібнювального матеріалу на співударяння молотильних тіл завантаження.

Для візуалізації автоколивного руху завантаження в обертовій камері використовувалася цифрова відеозйомка. Фіксувалися картини перехідного режиму періодичного руху під час пульсацій. Зображення картин покривалося розрахунковими сітками, і лічилася кількість заповнених комірок. На рис. 5 зображено отримані послідовні картини руху завантаження для одного періоду коливань при κ =0,15 – 0,5.

Пульсації виникали у діапазоні відносної швидкості обертання $\psi_{\omega}=\omega/\omega_{\kappa p}=0,85-1,15$, нижня межа якого зменшувалась із посиленням демпфірувального впливу подрібнювального матеріалу при збільшенні його вмісту в завантаженні. Тривалість періоду коливань завантаження в камері становила біля 0,5 с. Частота коливань у 1,05 – 1,3 раза перевищувала частоту обертання і зростала зі зменшенням заповнення камери. Пульсації завантаження спостерігалися при ступені заповнення камери $\kappa \geq 0,15$, а упевнений пульсаційний рух виникав при $\kappa \geq 0,25$.

На рис. 6 наведено графіки розрахованих залежностей відносних осьових моментів інерції ψ_{il} , ψ_{iu} , відносних моментів опору обертанню барабана $\psi_{M0,5}$, ψ_{Mc} та дилатансії v від ψ_{ω} протягом одного періоду пульсацій завантаження для восьми ступенів заповнення камери $\kappa=0,15$; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45 та 0,5, де t – час; t_n – тривалість періоду коливань. При обчисленні моментів ураховувалася похибка, зумовлена дилатансією завантаження у камері барабана.

Аналіз картин руху та залежностей засвідчує зростання амплітуди коливань елементів, положення вільної поверхні завантаження та моментів інерції, опору й дилатансії зі зменшенням ступеня заповнення камери.







1







6

Рис. 5. Послідовні картини руху завантаження для одного періоду аватоколивань: 1 – к=0,15; 2 – к=0,2;

 $\begin{array}{l} 3 - \kappa = 0,25; \ 4 - \kappa = 0,3; \\ 5 - \kappa = 0,35; \ 6 - \kappa = 0,4; \\ 7 - \kappa = 0,45; \ 8 - \kappa = 0,5 \end{array}$









Рис. 6. Залежності ψ_{i1} (а), ψ_{im} (б), $\psi_{M0,5}$ (в), ψ_{Mc} (г) та U (д) від часу для декількох періодів пульсацій завантаження з максимальною амплітудою при k = 0,15 - 0,5

Висновки із цього дослідження і перспективи подальших розвідок у цьому напрямку. Чинниками нестійкості руху є варіації осьового моменту інерції та моменту опору, а також дилатансія завантаження й демпфірувальна дія частинок зернистого матеріалу на взаємодію молольних тіл. Доцільно встановити вплив автоколивань на робочі процеси барабанних машин.

Література

1. Виноградов Б.В. Динаміка барабанних млинів: монографія / Б.В. Виноградов. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004. – 127 с.

2. Сланевский А.В. Челночное движение сыпучей среды во вращающихся печах и мельниках. / А.В. Сланевский, И.И. Лобунина, Л.Г. Берштейн, А.А. Сланевский // Цемент. – 1992. – № 4. – С. 55 – 61.

3. Крюков Д.К. Усовершенствование размольного оборудования горнообогатительных предприятий / Д.К. Крюков. – М.: Недра, 1966. – 174 с.

4. Марюта А.Н. Управление фрикционными колебаниями нагрузки барабанных мельниц с целью интенсификации измельчения трением / А.Н. Марюта // Пробл. трения и изнашивания. – 1988. – Вып. 34. – С. 18 – 28.

5. Новицкий И.В. Автоматическая оптимизация процессов самоизмельчения руд в барабанных мельницах / И.В. Новицкий. – Днепропетровск: Системные технологии, 2000. – 195 с.

6. Hutter K. On flows of granular materials [Text] / K. Hutter, K.R. Rajagopal // Continuum Mech. Thermodyn. – 1994. – V. 6, $N \ge 2$. – P. 81 – 139.

7. Shahinpoor M. On rapid flow of balk solids [Text] / M. Shahinpoor // Bulk Solids Handling. -1981. - V. 1, $N \ge 3. - P. 487 - 500$.

8. Jackson R. Some features of the flow of granular materials and aerated granular materials [Text] / R. Jackson // J. Rheology. – 1986. – V. 30, N_{2} 5. – P. 907 – 930.

9. Campbell C.S. Rapid granular flows [Text] / C.S. Campbell // Ann. Rev. Fluid Mech. – 1990. – V. 22. – P. 57 – 92.

10. Haff P.K. Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon [Text] / P.K. Haff // J. Fluid Mech. – 1983. – V. 134. – P. 401 – 430.

11. Boundary conditions for high-shear grain flows [Text] / K. Hui, P.K. Haff, J.E. Ungar, R. Jackson // J. Fluid Mech. – 1984. – V. 145. – P. 223 – 233.

12. Hwang H. A new kinetic model for rapid granular flow [Text] / H. Hwang, K. Hutter // Continuum Mech. Thermodyn. – 1995. – V. 7, N_{2} 3. – P. 357 – 384.

13. Khelil A. Gravitational flow behavior of granular materials [Text] / A. Khelil, J.C. Roth // Eur. J. Mech. B/Fluids. – 1994. – V. 13, N_{2} 1. – P. 52 – 72.

14. Berezin Yu. A. On linear stability of rapid shear granular flows [Text] / Yu. A. Berezin, L.A. Spodareva // Proc. ICMAR'96, Novosibirsk. – 1996. – Part 1. – P. 22 – 24.

15. Berezin Yu. A. On stability of rapid granular shear flows [Text] / Yu. A. Berezin, K. Hutter, L.A. Spodareva // Continuum Mech. Thermodyn. – 1997. – V. 9, № 4. – P. 229 – 240.

Надійшла до редакції 20.11.2014

© К. Ю. Дейнека

УДК 621.926.5:539.215:531.36

К. Ю. Дейнека, к.т.н. Национальный университет водного хозяйства и природопользования (г. Ровно)

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ВНУТРИ КАМЕРНОЙ ЗАГРУЗКИ БАРАБАННОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Выявлены причины самовозбуждения пульсаций загрузки в поперечном сечении камеры вращающегося барабана, и получены условия устойчивости установившегося движения машинного агрегата мельницы и сдвигового течения зернистой внутри камерной загрузки.

Ключевые слова: внутри камерная загрузка, самовозбуждение пульсаций, условия устойчивости.

UDC 621.926.5:539.215:531.36

K. Yu. Deineka, Ph.D. The National University of Water Management and Nature Resources Use (Rivne)

THE SELF-EXCITATION OF BALL-TUBE MILL INTRACHAMBER FILLING AUTOFLUCTUATION

The cause of self-excitation of filling pulsations in rotating drum cross-section is advanced. The stability conditions of a mill machine steady-state motion and an intrachamber granular filling shifting flow are determined.

Keywords: intramill filling, self-excitation of pulsations, stability conditions.