В. А. Шевченко, к.т.н., доц., А. А. Резников, ассистент

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

### МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОСНОВНОЙ РАМЫ АВТОГРЕЙДЕРА

Представлена математическая модель прогнозирования процесса формирования напряженно-деформированного состояния металлоконструкции основной рамы автогрейдера. Установлены закономерности изменения напряжений, действующих в основной раме автогрейдера при выполнении рабочих операций.

**Ключевые слова:** автогрейдер, математическая модель, металлоконструкция, основная рама, напряжения.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными и практическими задачами. Выполнение рабочих операций землеройно-транспортных машин (ЗТМ) сопровождается сложным силовым воздействием со стороны разрабатываемой среды, которое, в первую очередь, воспринимает несущая металлоконструкция. Опыт эксплуатации этой группы машин показывает, что до 30% всех отказов у них приходится на металлические конструкции рабочего оборудования и остова. Совершенствование конструкции указанных элементов на основе уточненных методов прогнозирования их напряженно-деформированного состояния (НДС) позволит снизить интенсивность потока отказов и как следствие повысить эффективность ЗТМ.

Анализ последних исследований и публикаций, в впервые предлагалось решение данной проблемы и на которые опирается автор, выделение не решенных прежде задач общей которым посвящается указанная статья. применяемые методы прогнозирования НДС металлоконструкции ЗТМ базируется на классических методах теории сопротивления материалов [1] либо используют методы конечных элементов [2]. При реализации указанных методов на начальном этапе определяются максимальные рабочие усилия, действующие на машину. Как правило, их находят, анализируя динамические модели нагружения. После этого, предполагая, что силовые воздействия распространяются по металлоконструкции проводится фактически статический расчёт Экспериментальные исследования загруженности металлоконструкции ЗТМ, в частности автогрейдера, показали, что формирование её НДС является сложным, переменным во времени процессом [3]. Исходя из этого оценки прочностных возможностей более точной ДЛЯ

конструкций требуются методы, позволяющие представить НДС системы в виде временных рядов полей напряжений.

Формулирование целей статьи (постановка задачи). С целью уточнения существующих расчетных методик в предлагаемом исследовании была поставлена задача разработки и обоснования численной реализации метода прогнозирования НДС основной рамы автогрейдера.

Изложение основного материала исследования с полным обоснованием научных результатов. В основу разработанного метода был положен подход, позволяющий учесть распределенные массовые и упругие характеристики металлоконструкции основной рамы автогрейдера [4]. Разработанная математическая модель базируется на уравнениях Лагранжа II рода и представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, записанных в матричном виде. Порядок матриц, входящих в уравнения (1), большой и определяется дискретизацией рамной системы на конечные элементы

$$[M] \mathcal{A} + [C] \mathcal{A} + [K] q = P_g + T(\mathcal{A}_f) + Q_r(q_r, \mathcal{A}_f) + P_f,$$

$$\tag{1}$$

где [M]— матрица масс; [C]— матрица жёсткости; [K]— матрица демпфирования; q— перемещение;  $P_g$ — весовая нагрузка;  $T(\mathcal{R}_f)$ — тяговое усилие;  $Q_r(q_r,\mathcal{R}_f)$ — сопротивление резанию;  $P_f$ — сопротивление качению.

Математически задача состоит в интегрировании по времени уравнений (1), которое возможно только численными методами. Учитывая большой порядок матриц жёсткости, масс и демпфирования  $(10^2-10^3)$ , целесообразно применить для интегрирования конечно-разностную схему Ньюмарка, успешно используемую в задачах колебаний деформируемых тел большой размерности.

Схема Ньюмарка получена в предположении постоянного ускорения в пределах временного шага, является неявной безусловно устойчивой схемой второго порядка, при этом требуется выполнение уравнений (1) в конце временного шага  $t+\Delta t$ .

Последовательность вычислений по методу Ньюмарка состоит в следующем. Формируется эффективная матрица жёсткости, определяемая выражением

$$K = K + a_0 M + a_1 C, \qquad (2)$$

где  $a_0=\alpha^{-1} (\Delta t)^{-2}$ ,  $a_1=\delta\alpha^{-1} (\Delta t)^{-1}$  и  $\delta=0.5$ ;  $\alpha=0.25$ .

Отметим, что для безусловной устойчивости метода достаточно выполнения неравенств  $\delta \ge 0.5$ ;  $\alpha \ge 0.25(0.5 + \delta)^2$ .

Учитывая симметричность матриц [K], [M], [C], выполняется факторизация матрицы K – разложение ее на треугольные матрицы согласно  $LDL^T$  - алгоритму.

$$\dot{K} = LDL^{T}, \tag{3}$$

где L — верхняя треугольная матрица,  $L^T$  — транспонирования L матрица, D — диагональная матрица.

Матрицы К, М, С являются положительно определенными, поэтому

 $LDL^{T}$  - алгоритм может быть заменен более простым методом квадратного корня, то есть D=E, где E – единичная матрица.

Представление K в виде (3) позволяет легко выполнить её обращение. При постоянном временном шаге  $\Delta t$  разложение матрицы K достаточно выполнить один раз.

Конечно-разностное интегрирование предполагает пошаговое вычисление параметров движения — векторов q, R Выполнение уравнений (1) в момент времени  $t+\Delta t$  (при известном решении для момента времени t) по методу Ньюмарка сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$Kq_{t+D} = R_{t+Dt}$$

или с учётом (3)

$$LDL^{T}q_{t+D} = \overset{f}{R}_{t+D}, \qquad (4)$$

где  $R_{t+D}$  – эффективная нагрузка в момент времени  $t+\Delta t$ .

Эффективная нагрузка  $R_{t+D}$  определяется выражением

$$R_{t+D} = R_{t+D} + M(a_0q_t + a_2Q_t + a_3Q_t) + C(a_1q_t + a_4Q_t + a_5Q_t),$$
(5)

где  $R_{t + \mathrm{D}t}$  — значение вектора правой части системы уравнений (2.9) для момента времени  $t + \Delta t$ , определяемое всеми действующими на систему силами: весовой нагрузкой  $P_g$ , силой тяги T, силами резания на отвале  $Q_r$  и силами сопротивления  $T_f$ ;  $a_2 = \alpha^{-1} (\Delta t)^{-1}$ ,  $a_3 = 0.5\alpha^{-1} - 1$ ,  $a_4 = \delta\alpha^{-1} - 1$ ,  $a_{5\mu} = 0.5\Delta t (\delta\alpha^{-1})$ .

Вследствие зависимости силы тяги  $T(\c x_t)$  и сил резания  $Q_r(q_r,\c x_t)$  от текущего решения задача является нелинейной. При вычислении  $TR_{t+\Delta t}$  можно ориентироваться на значения нагрузок, полученных на предыдущем шаге, то есть в момент времени t, но такой подход к решению нелинейных конечно-разностных задач для сохранения устойчивости вычислений требует достаточно малых шагов по времени. Целесообразнее на шаге выполнять итерации с уточнением по изменяющемуся решению  $q_{t+Dt}^{(k)}$ ,  $\c x_t^{(k)}$ , значений сил, определяемых нелинейными зависимостями. В данном случае k — номер итерации на шаге. Процесс итерации на шаге продолжается до стабилизации решения, а соответственно и внешней нагрузки ( $R_{t+\Delta t}$ ). Итерационная процедура позволяет сохранить неявность схемы, обеспечивает безусловную устойчивость вычислений.

После определения решения  $q_{t+\mathrm{D}t}$  на шаге доопределяются векторы скорости  $R_{t+\mathrm{D}t}$  и ускорений  $R_{t+\mathrm{D}t}$ , в конце шага

$$\mathbf{A}_{t_{t}+\Delta t} = a_{0}(q_{t+\Delta t} + q_{t}) - a_{2}\mathbf{A}_{t} - a_{3}\mathbf{A}_{t}, \quad \mathbf{A}_{t_{t}+D t} = \mathbf{A}_{t} + a_{6}\mathbf{A}_{t} + a_{7}\mathbf{A}_{t_{t}+D t},$$
(6)

где 
$$a_6 = Dt(1-d)$$
,  $a_7 = dDt$ .

Особенностью решения задачи при использовании схемы Ньюмарка в приведенной форме является приложение её к незакрепленному, то есть движущемуся телу. В этом случае матрица жесткости [K] особенная и обычное решение задачи статики, то есть равновесия при  $\Delta t = 0$ , формально не может быть выполнено. Однако при исследовании движения системы, когда  $\Delta t \neq 0$ , эффективная матрица жесткости [K] перестает быть особенной.

Изложенная методика интегрирования уравнений (1) представлена на рисунке 1 в виде блок-схемы.

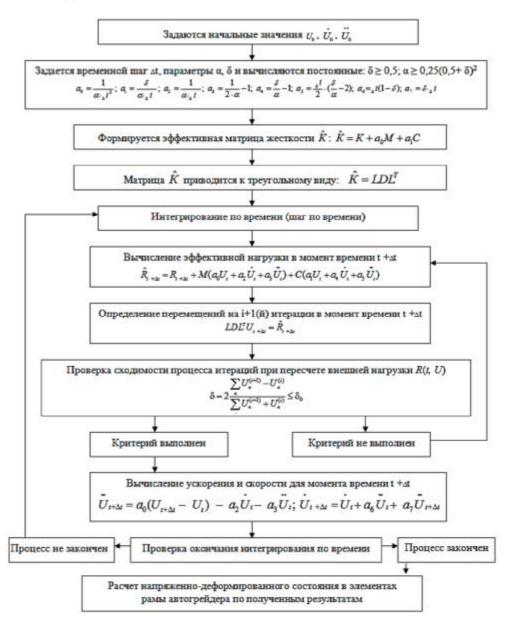


Рис. 1. Пошаговая процедура интегрирования матричной системы дифференциальных уравнений (1)

Для реализации предложенного метода прогнозирования НДС основной рамы автогрейдера в условиях переменного во времени внешнего нагружения был разработан специализированный программный комплекс. Результаты расчёта главных нормальных напряжений в отдельных частях несущей рамы для ситуации интенсивного зарезания основного отвала в грунт представлены на рисунке 2. Сравнение результата расчётов с экспериментальными данными показало хорошую сходимость, соответствующую 95% уровню достоверности по критерию Фишера.

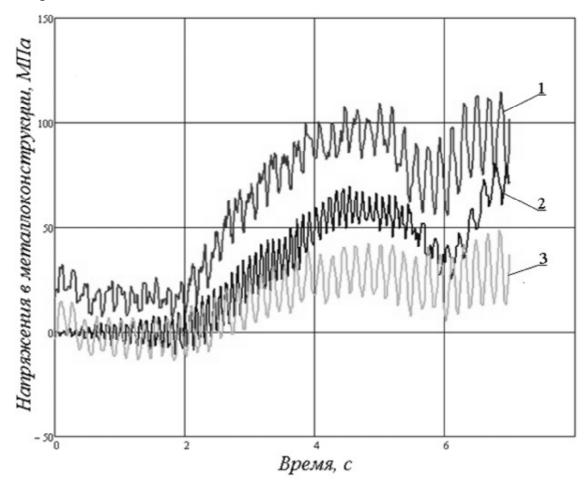


Рис. 2. Графики изменения главных напряжений в наиболее нагруженных зонах основной рамы автогрейдера ДЗк-251: 1 — напряжения в зоне крепления блока гидроцилиндров управления основным отвалом к основной раме; 2 — напряжения в зоне перегиба основной рамы; 3 — напряжения в продольном лонжероне подмоторной рамы

#### Выводы из данного исследования

1. Предлагаемый метод прогнозирования НДС основной рамы металлоконструкции учитывает распределенные массовые и жёсткостные характеристики системы, что позволяет уточнить динамическую модель системы.

- 2. Реализованные в специализированном программном обеспечении расчётная конечно-разностная схема Ньюмарка позволяет вычислить параметры напряженно-деформированного состояния основной рамы автогрейдера, переменного во времени.
- 3. Сходимость экспериментальных и расчётных данных, полученных при реализации предлагаемого метода, соответствует 95% уровню по критерию Фишера.

#### Литература

- 1. Машини для земляних робіт: Навчальний посібник / Хмара Л.А., Кравець С.В., Нічке В.В., Назаров Л.В., Скоблюк М.П., Нікітін В.Г. Під загальною редакцією проф. Хмари Л.А. та проф. Кравця С.В. Рівне Дніпропетровськ Харків. 2010. 557 с.
- 2. Зенкевич О.К. Конечные элементы и аппроксимация / О.К Зенкевич, К. Морган. M.: Mup, 1986. 318c.
- 3. Шевченко В.А. Экспериментальная оценка влияния положения грейдерного отвала на нагрузки, действующие в основной раме автогрейдера ДЗк-251. / В.А. Шевченко, А.А. Резников, В.В. Крецул // Вестник ХНАДУ. Сб. науч. тр. Харьков: ХНАДУ. 2010. Вып. 49. С. 62-66.
- 4. Шевченко В.А. Динамическая модель формирования напряженно-деформированного состояния основной рамы автогрейдера. / В.А. Шевченко, А.А. Резников // Вестник ХНАДУ. Сб. науч. тр., Харьков: ХНАДУ. 2012 Вып. 57.С. 112-116.

Надійшла до редакції 20.11.2012

© В. А. Шевченко, А. А. Резников

УДК 621.878

В. О. Шевченко, к.т.н., доц., О. О. Резніков, асистент Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## МЕТОД ПРОГНОЗУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ОСНОВНОЇ РАМИ АВТОГРЕЙДЕРА

Представлено математичну модель прогнозування процесу формування напружено-деформованого стану металоконструкції основної рами автогрейдера. Встановлено закономірності зміни напружень, що діють в основній рамі автогрейдера під час виконання робочих операцій.

**Ключові слова:** автогрейдер, математична модель, металоконструкція, основна рама, напруження.

V.A. Shevchenko, Ph. D., Associate Professor A.A. Reznikov, Assistant Kharkiv National Avtomobile and Highway University

# THE PREDICTION METHOD OF TENSELY-DEFORMED STATE OF MAIN FRAME OF MOTOR-GRADER

The mathematic model of forming of the tensely-deformed state of main frame of motor-grader is presented. Conformities to the law of change of tensions are set and operate in the basic frame of motor-grader during the making of work operations.

Keywords: motor-grader, mathematic model, metal structure, main frame, tensions.