Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

## РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗБІРНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ БЕЗКАПІТЕЛЬНО-БЕЗБАЛКОВОГО ПЕРЕКРИТТЯ МЕТОДОМ ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ

Запропоновано кінематичний спосіб методу граничної рівноваги для розрахунку міцності збірних плит безкапітельно-безбалкового перекриття із застосуванням методів оптимізації.

**Ключові слова**: безкапітельно-безбалкове перекриття, надколонна плита, міжколонна плита, середня плита, оптимізація армування.

Вступ. Актуальною проблемою сучасного етапу будівництва  $\epsilon$  забезпечення населення доступним житлом. Вирішення цього питання можливе за рахунок зниження вартості будинків у результаті зменшення трудомісткості їх зведення, економії матеріалів, застосування енергозаощаджувальних огороджувальних конструкцій. Одним із шляхів розв'язання цієї проблеми  $\epsilon$  також використання індустріальних конструкцій, котрі мають значні переваги над монолітними. На сьогодні  $\epsilon$  багато прикладів ефективного застосовування збірних конструкцій, серед яких особливо переконливо виділяється індустріальний безкапітельно-безбалковий каркас (система типу «КУБ»), ідея застосовування котрого реалізується вже протягом більш ніж сорока років. На сьогоднішній день цей каркас зазнав багатьох удосконалень у процесі його застосування, а тому може бути запропонованим для розв'язання завдань програми забезпечення громадян доступним житлом [1, 2].

Застосування такого каркаса стало надзвичайно привабливим для населення внаслідок поліпшення споживчих якостей житлових приміщень, котрі полягають у можливості змінювати внутрішнє архітектурно-планувальне рішення без пошкоджень несучих конструкцій будинку, значному зменшенні трудовитрат на оздоблення. З урахуванням наведеного вище застосування індустріального безкапітельно-безбалкового каркаса останнім часом набуває все більшого розповсюдження [3 – 5]. З 2008 року за проектами Державного проектного інституту містобудування «Міськбудпроект» у межах програми експериментального будівництва вперше у м. Полтава застосована вдосконалена конструктивна система «КУБ» [5] у будівлях доступного житла, а також у будівлях іншого призначення.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій. Методи розрахунків монолітних безкапітельно-безбалкових каркасів наведено у роботі [1], але, якщо врахувати особливість передавання навантаження в плитах перекриттів для збірного каркаса, можна виділити особливі підходи до розв'язання окремих задач. Особливо це стосується відповідності прийнятих розрахункових моделей дійсній роботі розглядуваної конструктивної системи [6]. За результатами досліджень [7], плити збірного каркаса мають завищені запаси міцності, що в кінцевому підсумку призводить до перевитрат арматурної сталі. Відмінності в статичній роботі плит можна спостерігати при аналізі схеми передавання навантаження з плит на колони в безкапітельно-безбалковому каркасі (рис. 1). Методи розрахунку плит, опертих на чотири, три або дві сторони, розроблялися різними авторами, в основу цих методів було покладено різні передумови [1, 8, 9]. У роботі [10] наведено розрахунок надколонної плити, а в статті [11] — середньої плити збірного безкапітельно-безбалкового каркаса.

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.** З аналізу роботи перекриття як диска у вигляді системи з'єднаних збірних плит можна встановити, що послідовність передавання навантаження така: середня плита передає навантаження на

чотири сусідні міжколонні плити; міжколонні плити передають навантаження на надколонні плити; надколонні плити на – колони. Тому армування плит раціонально виконувати за розрахунками, в котрих реалізується схема передавання навантаження з плити на плиту в збірному безкапітельно-безбалковому каркасі, наведена на рисунку 1. Але слід зауважити, що такі розрахунки можливі тільки при гарантованому утворенні лінійних пластичних шарнірів у стиках плит. За такої схеми передавання навантаження кожна плита матиме свою схему руйнування, на основі якої реалізується її розрахунок.

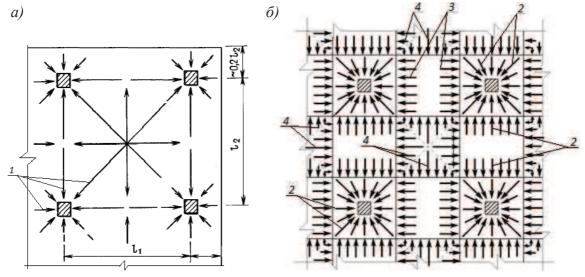


Рисунок 1— Розрахункові схеми передавання навантаження в безкапітельнобезбалковому каркасі: а) монолітному; б) збірному; 1— на колони монолітного каркаса; 2— з надколонних плит на колону; 3— з міжколонних плит на надколонні плити; 4— із середніх плит на міжколонні плити

В основу розрахунку в цій роботі покладено кінематичний спосіб методу граничної рівноваги. Суть його така: якщо на плиту діє рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю q та зосереджене навантаження P, то у загальному випадку гранична рівновага плити описується рівнянням рівності віртуальних робіт між зовнішніми  $W_{q,P}$  і внутрішніми  $W_M$  зусиллями на можливих відповідних переміщеннях у напрямку дії цих навантажень q, P та зусилля

$$W_{a,P} = W_M. (1)$$

Для випадку залізобетонних плит умова (1) набуває вигляду

$$\int_{A} y_q \cdot q \cdot dA + \sum_{j=1}^{k} P_j y_j = \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot \varphi_i \cdot l_i, \qquad (2)$$

де  $y_q$  — переміщення плити від навантаження q;  $y_j$ — переміщення плити від навантаження  $P_j$ ;  $M_i$  — момент в i-му лінійному пластичному шарнірі на одиницю його довжини;  $\varphi_i$  — кут повороту диска в i-му лінійному пластичному шарнірі;  $l_i$  — довжина i-го пластичного шарніра; n — кількість розглядуваних ділянок лінійних пластичних шарнірів.

Внутрішні зусилля в плитах розподіляються нерівномірно, тому доцільно армувати плити відповідно до методики побудови епюри матеріалів, тобто з обривами поздовжньої арматури.

**Постановка завдання.** Застосування методу граничної рівноваги дає можливість адекватно до дійсного напружено-деформованого стану та відносно просто описати поведінку залізобетонних конструкцій у момент граничної рівноваги. Тому за мету дослідження поставлено розроблення методики розрахунку несучої здатності збірних плит

безкапітельно-безбалкової каркасної конструктивної системи на основі кінематичного способу методу граничної рівноваги з використанням методів оптимізації.

**Основний матеріал і результати**. В основу методики розрахунку покладено такі передумови:

- плити проектуються з обривами арматурних стержнів з умови рівноміцності перерізів з максимальним згинальним моментом та перерізів з обривом арматури;
- у момент досягнення конструкцією стану граничної рівноваги, напруження в арматурі досягають межі текучості сталі;
- рівномірно розподілене навантаження на плити визначає їх несучу здатність за двома схемами руйнування;
- у момент руйнування шарніри пластичності розділяють плити на окремі абсолютно жорсткі диски;
- місця обривів та кількість арматури визначаються з умови мінімального об'єму арматури, необхідного для армування плити.

Оскільки на середню плиту суцільно діє тільки рівномірно розподілене навантаження q, то рівняння віртуальних робіт (2) матиме вигляд

$$qV = 2(M_1 + \overline{M_1})\varphi_1. \tag{3}$$

Граничний згинальний момент, який діє в пластичних лінійних шарнірах за наявності обривів або відгинів арматурних стержнів за схемою на рисунку 2, a,

$$M_1 = \overline{M_1} = m_1(l_1 - 2a_2) + m_1k_m 2a_2 = m_1(l_1 - 2a_2(1 - k_m)), \tag{4}$$

де  $m_1$  – граничний згинальний момент на одиницю довжини пластичного шарніра;  $m_1k_m$  – те ж для ділянки, де частина арматури обірвана чи відігнута;

 $a_2$  – довжина ділянки з обірваною арматурою.

Ураховуючи те, що середня плита має вигляд квадрата зі стороною  $l_1$  та  $f_1 = 0.5 l_1 \varphi_1$ , рівняння (3) віртуальних робіт набуде вигляду

$$\frac{ql_1^3}{6} = 4m_1(l_1 - 2a_2(1 - k_m)). \tag{5}$$

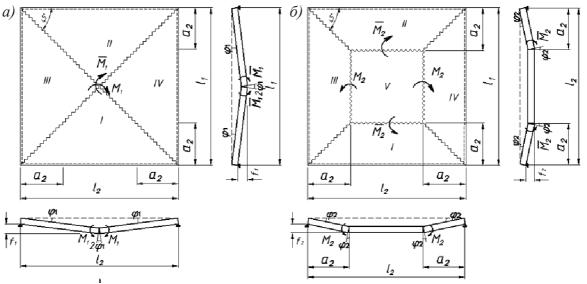


Рисунок 2 — Кінематичні схеми руйнування середньої плити: а — для випадку з максимальним згинальним моментом; б — для випадку обриву арматури в прольоті

Граничне навантаження на плиту

$$q = \frac{24m_1}{l_1^3} (l_1 - 2a_2(1 - k_m)). \tag{6}$$

Для випадку руйнування середньої плити, коли пластичні шарніри утворюються в місцях обривів арматури (рис. 2,  $\delta$ ), граничний згинальний момент, який можуть сприймати пластичні шарніри, дорівнює

$$M_2 = \overline{M_2} = m_1 k_m l_1. \tag{7}$$

Рівняння віртуальних робіт для цього випадку матиме вигляд

$$\frac{qa_2}{3}(l_1^2 + l_1a_2 + a_2^2) = 4m_1k_ml_1.$$
 (8)

Граничне навантаження на плиту буде дорівнювати

$$q = \frac{12m_1k_ml_1}{a_2(l_1^2 + l_1a_2 + a_2^2)}. (9)$$

Якщо прирівняти вираз (6) до виразу (9) і виконати належні перетворення при  $a_2 = k_l l_2$ , то отримаємо рівняння відносно  $k_l$ 

$$(4k_m - 4)k_l^4 + (4k_m - 2)(k_l^3 + k_l^2) + 2k_l - k_m = 0.$$
(10)

Чисельне рішення такого рівняння за умови, що 50 відсотків стержнів арматури буде обірвано ( $k_m = 0.5$ ), дає результат  $k_l = 0.254$ .

Кінематичні схеми руйнування міжколонної плити теж передбачають два випадки утворення пластичних шарнірів: перший — утворення шарніра посередині плити (рис. 3, a); другий — утворення пластичних шарнірів у місцях обривів арматурних стержнів на відстані  $a_2$  від опор (рис.  $3, \delta$ ). Міжколонна плита завантажена на всій площі рівномірно розподіленим навантаженням q та трикутним навантаженням від двох сусідніх середніх плит з максимальною ординатою посередині прольоту плити  $q^T = q \cdot l_1$ .

Для випадку, коли плита руйнується за першою схемою (рис. 3, a), рівняння віртуальних робіт матиме вигляд

$$qV = 2M_1 \varphi_1. \tag{11}$$

Граничний згинальний момент, який може сприймати пластичний шарнір,

$$M_1 = m_1 l_1. (12)$$

Міжколонна плита теж має квадратну форму  $(l_1 = l_2)$ , переміщення посередині прольоту  $f_1 = 0.5 l_2 \varphi_1$ , тоді рівняння віртуальних робіт набуде вигляду

$$\frac{ql_1^3}{4} + \frac{ql_1^3}{6} = 2m_1l_1. \tag{13}$$

Граничне навантаження на міжколонну плиту буде дорівнювати

$$q = \frac{24m_1}{5l_1^2}. (14)$$

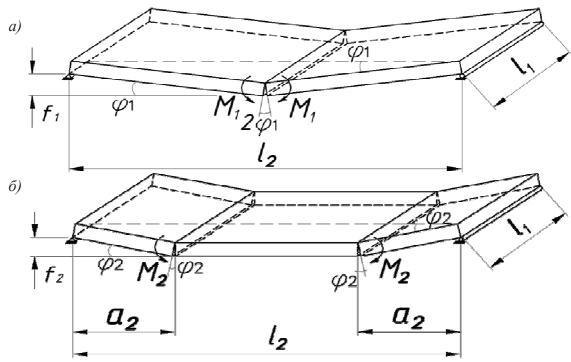


Рисунок 3 — Кінематичні схеми руйнування міжколонної плити: a- для випадку, коли в плиті виникає максимальний згинальний момент; 6- для випадку обриву арматури в прольоті

Для випадку, коли пластичні шарніри утворюються в місцях обривів арматури (рис.  $3, \delta$ ), граничний згинальний момент, який можуть сприймати пластичні шарніри, дорівнює

$$M_2 = m_1 k_m l_1. (15)$$

Рівняння віртуальних робіт для цього випадку матиме вигляд

$$q(l_1^2 a_2 - l_1 a_2^2) \varphi + q \frac{3l_1^2 a_2 - 4a_2^3}{6} \varphi = 2m_1 k_m l_1 \varphi.$$
 (16)

Граничне навантаження на плиту буде дорівнювати

$$q = \frac{12m_1k_ml_1}{a_2(9l_1^2 - 6l_1a_2 - 4a_2^2)}. (17)$$

Якщо прирівняти вираз (14) до виразу (17) і виконати належні перетворення при  $a_2 = k_l l_2$ , то отримаємо рівняння відносно  $k_l$ 

$$-8l^{3}k_{1}^{3}-12l^{3}k_{1}+18l^{3}k_{1}-5l_{1}^{3}k_{m}=0.$$

$$(18)$$

Чисельне рішення такого рівняння при  $k_m = 0.5$  дає результат  $k_l = 0.157$ .

Надколонна плита, закріплена в середній частині, працює як консоль у чотирьох напрямах. Для надколонної плити розглядаються дві кінематичні схеми: перша — утворення пластичних шарнірів уздовж металевих вставок навколо отвору та вздовж діагоналей плити (рис. 4, a); друга — утворення пластичних шарнірів у місцях обривів арматурних стержнів на відстані  $a_2$  від країв плити й уздовж діагоналей плити (рис. 4,  $\delta$ ). Надколонна плита завантажена на всій площі рівномірно розподіленим навантаженням q та по периметру погонним рівномірним навантаженням від чотирьох сусідніх

міжколонних плит  $q^{II} = 3q \cdot l_2 / 4$ . Рівняння віртуальних робіт для надколонної плити матиме вигляд

$$qV = 2(M_1 + \overline{M_1})\varphi_1. \tag{19}$$

Граничний згинальний момент, який можуть сприймати пластичні шарніри за наявності обривів або відгинів арматурних стержнів (рис. 4, a),

$$M_1 = \overline{M_1} = m_1(l_1 - 2a_2) + m_1k_m 2a_2 = m_1(l_1 - 2a_2(1 - k_m)). \tag{20}$$

Якщо врахувати те, що надколонна плита теж має квадратну форму  $(l_1 = l_2)$ , а переміщення вільних країв дорівнює  $f_1 = 0.5(l_1 - b)\phi_1$ , тоді рівняння віртуальних робіт набуде вигляду

$$\frac{q(l_1-b)}{6}(2l_1^2-b^2-lb)\varphi_1+3q\frac{(l_1-b)l_1^2}{2}\varphi_1=4m_1(l_1-2a_2(1-k_m))\varphi_1.$$
 (21)

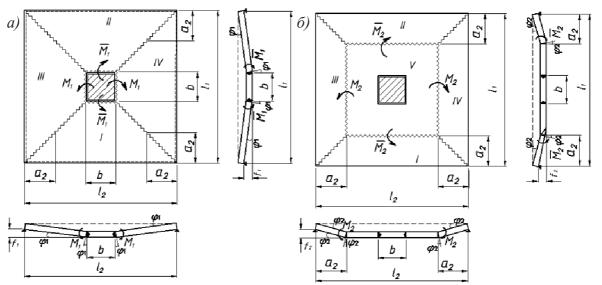


Рисунок 4 — Кінематичні схеми руйнування надколонної плити: а — для випадку, коли в плиті виникає максимальний згинальний момент; б — для випадку обриву арматури в прольоті

Граничне навантаження на плиту буде дорівнювати

$$q = \frac{24m_1(l_1 - 2a_2(1 - k_m))}{(b^3 - 12bl^2 + 11l^3)}.$$
(22)

Для випадку, коли пластичні шарніри утворюються в місцях обривів арматури (рис. 4,  $\delta$ ), граничний згинальний момент, який можуть сприймати пластичні шарніри, дорівнює

$$M_2 = \overline{M_2} = m_1 k_m l_1. \tag{23}$$

Рівняння віртуальних робіт при  $f_2 = a_2 \phi_2$  матиме вигляд:

$$\frac{qa_2}{3}(2l_1^2 - a_2^2 - la_2)\varphi_1 + 3qa_2l_1^2\varphi_1 = 4m_1k_ml_1\varphi_1. \tag{24}$$

Граничне навантаження за другою схемою дорівнює

$$q = \frac{12m_1k_ml_1}{(11l_1^2a_2 - la_2^2 - a^3)}. (25)$$

Якщо прирівняти залежність (22) до формули (25), виконавши належні перетворення при  $a_2 = k_1 l_1$ , то отримаємо рівняння відносно  $k_1$ 

$$Zk_{l}^{4} + (-2l_{1}^{4} + Z)k_{l}^{3} + (-2l_{1}^{4} + 11Z)k_{l}^{2} + 22l_{1}^{4}k_{l} - k_{m}l_{1}(b^{3} - 12bl_{1}^{2} + 11l_{1}^{3}) = 0, \quad (26)$$

$$Z = 4l^{4}(1 - k_{m})$$

Чисельне рішення такого рівняння при  $k_m = 0.5\,$  дає результат  $k_l = 0.306\,$ .

**Висновки.** Виконані дослідження показують, що застосування кінематичного способу методу граничної рівноваги дає можливість розрахувати оптимальне армування і запроектувати збірні плити перекриття безкапітельно-безбалкового каркаса.

Запропонований підхід дозволяє враховувати схему обпирання плит та характер прикладання до них навантаження. Плити з обривами поздовжньої арматури більше відповідають умовам розподілу внутрішніх зусиль, що дозволяє зменшити витрати арматурної сталі, економія може становити від 15 до 25%.

## Література

- 1. Дорфман, А.Э. Проектирование безбалочных бескапительных перекрытий / А.Э. Дорфман, Л.Н. Левонтин. М.: Стройиздат, 1975. 124 с.
- 2. Унифицированная система сборно-монолитного безригельного каркаса. Основные положения по расчету, монтажу и компоновке зданий: рабочий проект в 9-ти выпусках. Серия «КУБ-2,5». Выпуск 1-1 / Фирма «КУБ» СП «ИН-ЭКС», Научно-проектно-строительное объединение монолитного домостроения (НСПО «МОНОЛИТ»). М., 1990. 49 с.
- 3. Что такое «КУБ-2,5» [Электронный ресурс] Режим доступа: http://zavod-zhhi.com.ua.
- 4. Описание системы «КУБ-2,5» [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.pi2.ru.
- 5. Павліков, А.М. Безкапітельно-безбалкова каркасно-конструктивна система будівлі: особливості та досвід використання під доступне житло / А.М. Павліков, Є.М. Бабич, Б.М. Петтер // Будівельні конструкції: міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво) / ДП ДНД ІБК. Вип. 78: у 2-х кн. Книга 1. Київ: ДП НДІБК, 2013. С. 28 46.
- 6. Микитенко, С.М. Аналіз основних розрахункових положень збірно-монолітного безбалкового безкапітельного каркаса / С.М. Микитенко // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). Вип.4(39). Т.1. Полтава: ПолтНТУ, 2013. С. 171—178.
- 7. Результати експериментальних досліджень міцності та напружено-деформованого стану надколонної плити збірно-монолітного перекриття / А.М. Павліков, С.С. Жарий, О.В. Череднікова, Д.В. Панасенко // Комунальне господарство міст: наук.-техн. зб. Харків, 2012. № 105. С. 22 27.
- 8. Дубинский, А.М. Расчет несущей способности железобетонных плит / А.М. Дубинский. К.: Гос. издат. по строит, и арх. УССР, 1961. 184 с.
- 9. Клованич, С.Ф. Продавливание железобетонных плит. Натурный и численный эксперименты / С.Ф. Клованич, В.И. Шеховцов. Одесса: ОНМУ, 2011. 119 с.
- 10. Павліков, А.М. Конструювання та розрахунок плит збірно-монолітних конструктивних систем житлових будівель / А.М. Павліков, С.С. Жарий // Зб. наук.

- пр. (галузеве машинобудування, будівництво). Вип. 24. Полтава: ПолтHTV, 2009. C. 8-13.
- 11. Павліков, А.М. Кінематичний метод розрахунку міцності середньої плити перекриття безкапітельно-безбалокової конструктивної системи / А.М. Павліков, Д.Ф. Федоров, А.В. Батіг // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). Вип. 4(39). Т.1. Полтава: ПолтНТУ, 2013. С. 196 203.

А.Н. Павликов, д.т.н., профессор С.Н. Микитенко, к.т.н., доцент Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

## РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СБОРНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ БЕСКАПИТЕЛЬНО-БЕЗБАЛОЧНОГО ПЕРЕКРЫТИЯ МЕТОДОМ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

Предложен кинематический способ метода предельного равновесия для расчетов прочности сборных плит бескапительно-безбалочного перекрытия с применением методов оптимизации.

**Ключевые слова**: бескапительно-безбалочное перекрытие, надколонная плита, межколонная плита, средняя плита, оптимизация армирования.

A.N. Pavlikov, Doctor of Engineering, Professor S.N. Mykytenko, Ph.D., Associate Professor Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University

## THE BEARING CAPACITY CALCULATION FOR PRECAST CONCRETE ELEMENTS OF THE FLAT SLAB CONSTRUCTION BY MEANS OF THE MAXIMUM EQUILIBRIUM METHOD

The kinematic variant of the maximum equilibrium method is suggested for calculating strength of precast flat slab construction's plates using the optimization methods.

**Keywords:** precast flat slab construction, supercolumnar floor slab, intercolumnar floor slab, middle floor slab, optimization of floor slabs reinforcement.

Надійшла до редакції 29.08.2014 © А.М. Павліков, С.М. Микитенко