

*С.Б. Усаковский, д.т.н., профессор
Киевский национальный университет строительства и архитектуры*

**ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ
НЕТОЧНОСТИ РАСЧЕТНОГО МЕТОДА И
НЕПОЛНОТЫ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ.
ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ ЭТОЙ МОДЕЛИ**

В модели по оценке надёжности конструкции предложено учитывать, кроме нагрузок и прочности материалов, два новых фактора: фактор неточности расчетного метода и фактор неполноты исходной информации. Расширенная таким образом модель позволяет выявить наиболее неопределенные энтропийные факторы с целью их последующего подавления. Рассмотрены и другие прикладные задачи на основе такой расширенной модели.

Ключевые слова: *надёжность, неточность расчетного метода, неполнота исходной информации.*

*С.Б. Усаковский, д.т.н., профессор
Київський національний університет будівництва та архітектури*

**ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ КОНСТРУКЦІЇ З УРАХУВАННЯМ
НЕТОЧНОСТІ РОЗРАХУНКОВОГО МЕТОДУ ТА
НЕПОВНОТИ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ.
ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ НА ОСНОВІ ЦІЄЇ МОДЕЛІ**

В моделі оцінки надійності конструкції запропоновано враховувати, крім навантажень та міцності матеріалів, два нових фактори: фактор неточності розрахункового методу і фактор неповноти вихідної інформації. Розширена таким чином модель дозволяє виявити найбільш невизначені ентропійні фактори з метою їх подальшого придушення. Розглянуто також інші прикладні задачі на основі такої розширеної моделі.

Ключові слова: *надійність, неточність розрахункового методу, неповнота вихідної інформації.*

*S. Usakovsky, ScD, Professor
Kyiv National University of Construction and Architecture*

**RELIABILITY ASSESSMENT OF CONSTRUCTIONS
INCLUDING INACCURACY OF COMPUTATIONAL METHOD AND
INCOMPLETENESS OF BASELINE INFORMATION.
APPLICATION TASKS ON THE BASIS OF THIS MODEL**

In the model of reliability assessment of construction it is proposed to take into account in addition to load intensity and strength of materials two new factors: a factor of inaccuracy of computational method and a factor of incompleteness of baseline information. The expanded in this way model let us to reveal the most random entropic factors for the purpose of their subsequent reduction. It is also analyzed other application tasks on the basis of this expanded model.

Key words: *reliability, inaccuracy of computational method, incompleteness of baseline information.*

Вступление. Расчеты, которые инженеры производят при проектировании сооружений, обладают большей или меньшей неточностью, то есть отклонением полученных в результате расчета значений усилий, напряжений, деформаций от действительных величин. Эта неточность связана с несовершенством расчетных методов, с недостаточной полнотой исходной информации и другими причинами. Последствия неточности расчетов могут быть разнообразными: чрезмерные запасы прочности в конструкциях и, наоборот, отсутствие необходимых запасов, недостаточная надежность, приводящая к авариям. В любом случае неточность расчетов приводит к потерям материальных ресурсов.

Обзор результатов исследований и публикаций. Историю развития науки о сооружениях можно рассматривать как историю повышения точности расчетов. При этом определенную роль играла и продолжает все активнее играть теория надежности строительных конструкций, показатели которой являются своего рода инструментом для оценки потерь от неточности расчета. Зарождение и развитие теории надежности строительных конструкций связано с именами трех выдающихся ученых: Н.С. Стрелецкого, А.Р. Ржаницына и В.В. Болотина. В частности, А.Р. Ржаницын первый решил задачи оценки надежности конструкций в виде, удобном для применения в инженерном деле [1]. В ряде работ эти решения используются для анализа необходимой точности расчетов конструкций [2, 3, 4].

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы. Усовершенствование расчетных методов пока представляет собой ненаправленный процесс, который оставляет нерешенным ряд вопросов. Почему производится уточнение одних методов расчета, а не других? Как определить, где имеются наиболее значительные резервы, которые можно реализовать в результате уточнения расчета? Иначе говоря, где имеются наиболее существенные потери от неточности расчетов? В то же время наметился определенный разрыв между все более точными расчетными моделями и менее определенными исходными данными.

Цель и задачи работы. В модель для оценки надежности конструкции, кроме традиционно учитываемых случайных факторов, таких как прочность материалов и величины нагрузки, введение дополнительно двух случайных факторов, учитывающих неточность детерминированного расчетного метода и неполноту исходной информации. Обоснование нового вида деятельности в области расчета сооружений: выявление вероятностными методами энтропийных факторов на всех стадиях создания и жизни сооружения с целью последующего подавления этих факторов.

Изложение основного материала. Неточность расчетного метода учитывается посредством величины Δ – относительной погрешности расчетного метода для ансамбля однотипных конструкций. Проследим, как вводится это понятие.

Пусть для совокупности однотипных (но не одинаковых) конструкций – ансамбля конструкций существует менее точный метод расчета (расчетная модель) Φ и более точный Φ_1 . Результаты расчетов по этим методам также назовем соответственно Φ и Φ_1 . Заметим, что Φ_1 может быть и результатом достаточно точного эксперимента. Относительной погрешностью расчетного метода предложено назвать величину Δ :

$$\Delta = (\Phi_1 - \Phi)/\Phi. \quad (1)$$

Из (1) следует, что более точное значение Φ_1 равно:

$$\Phi_1 = \Phi(1+\Delta). \quad (2)$$

Для ансамбля однотипных конструкций может быть найдено множество значений Δ , подсчитанных по формуле (1). Все эти значения Δ в общем случае будут отличаться друг от друга и в то же время группироваться относительно некоторого значения, называемого средним. То есть для ансамбля конструкций Δ будет вести себя как случайная величина. Относительной погрешностью расчетного метода для ансамбля конструкций будем называть случайную величину $\tilde{\Delta}$, реализациями которой являются значения $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_i$, определенные по (1) для ряда конструкций данного ансамбля. Таким образом, генеральной совокупностью для случайной величины Δ является множество значений относительной погрешности Δ , найденных для всех мыслимых конструкций данного ансамбля.

В модель оценки надежности вводится величина $\tilde{\delta} = \tilde{R} \cdot \tilde{\Delta}$, учитывающая неточность в определении \tilde{R} (или $\tilde{\delta} = \tilde{Q} \cdot \tilde{\Delta}$, если неточность в определении \tilde{Q}), где \tilde{R} , \tilde{Q} – обобщенные прочность (\tilde{R}) и нагрузка (\tilde{Q}) конструкции.

Введение Δ – относительной погрешности детерминированного расчетного метода в модель оценки надежности конструкции иногда вызывает возражения. В самом деле, с детерминистских позиций Δ – величина неопределенная: для однотипных конструкций Δ принимает разные значения. Вероятностный же подход снимает эти психологические трудности, поскольку требует описания генеральной совокупности случайной величины, требует определения среднего значения $\bar{\Delta}$ и стандарта σ_{Δ_1} . Это означает, что $\tilde{\Delta}$ не характеризует неточность расчетного метода вообще, а лишь его неточность для определенной группы (ансамбля) конструкций. К тому же в математической статистике существует критерий Вилкоксона, позволяющий проверить однородность выборки и в случае необходимости разделить первоначальную выборку на однородные.

Статистическое описание фактора неполноты исходной информации основано на следующем. В обычных (детерминированных) расчетах конструкции часто используются выборочные характеристики, например, выборочное среднее \hat{X} . Его изменчивость тем больше, чем меньше число членов выборки. Так, стандарт выборочного среднего $\sigma_{\hat{x}}$ зависит от числа членов выборки n : $\sigma_{\hat{x}} = \sigma_{\tilde{x}} / \sqrt{n}$, где $\sigma_{\tilde{x}}$ – стандарт (среднее квадратическое отклонение) величины \tilde{X} .

Поэтому предложено изменчивость выборочных характеристик связывать с неполнотой исходной информации, и в модели по оценке надежности вводить величину δ_j , учитывающую изменчивость выборочных средних. При использовании методов линеаризации $\delta_j = \frac{\partial R}{\partial x_i} \hat{X}_i$ или $\delta_j = \frac{\partial Q}{\partial y_i} \hat{Y}_i$.

Выражение для оценки надежности с учетом неточности детерминированного метода ($\tilde{\delta}$) и с учетом неполноты исходной информации (δ_j) имеет вид:

$$P = p(\tilde{R} - \tilde{Q} + \tilde{\delta} + \tilde{\delta}_j > 0). \quad (3)$$

Здесь использовано известное выражение для оценки показателя надежности конструкции P : $P = p(\tilde{R} > \tilde{Q}) = p(\tilde{R} - \tilde{Q} > 0)$, где показатель надежности P (оценка надежности) равен вероятности того, что обобщенная прочность конструкции \tilde{R} больше обобщенной нагрузки \tilde{Q} . В это выражение нами введены факторы $\tilde{\delta}$ и $\tilde{\delta}_j$.

В прикладных задачах рационально использовать простую и удобную для расчетов модель оценки надежности, предложенную проф. А.Р. Ржаницыным [1]. Характеристика безопасности γ по А.Р. Ржаницыну определяется следующим образом:

$$\gamma = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (4)$$

Здесь \bar{R} и \bar{Q} – средние значения (точнее, математические ожидания) величины \tilde{R} и \tilde{Q} , σ_R и σ_Q – стандарты \tilde{R} и \tilde{Q} (средние квадратические отклонения).

Определив характеристику безопасности γ , можно по таблицам функции Лапласа перейти к оценке надежности конструкции R , которая показывает вероятность безотказной работы конструкции.

В модели А.Р. Ржаницына изменчивые характеристики обобщены: σ_R зависит от изменчивости прочности материалов (в случае фундаментов – от изменчивости прочностных характеристик грунтов), σ_Q зависит от изменчивости постоянных и временных нагрузок.

Величины \tilde{R} и \tilde{Q} часто зависят от нескольких случайных факторов и тогда можно представить (4) с учетом факторов δ и δ_j так:

$$\gamma = \frac{\bar{R} - \bar{Q} + \bar{\delta}}{\sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} \sigma_{x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial y_1} \sigma_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y_2} \sigma_{y_2}\right)^2 + \dots + \sigma_{\delta}^2 + \sigma_{\delta_j}^2 + \dots}} \quad (5)$$

В выражении (5) $\bar{\delta} = \bar{R} \cdot \bar{\Delta}$ или $\bar{\delta} = \bar{Q} \cdot \bar{\Delta}$ – в зависимости от неточности при определении R или Q .

Здесь \tilde{x}_n – факторы, влияющие на \tilde{R} , \tilde{y}_n – факторы, влияющие на \tilde{Q} , $\tilde{\delta}$ и $\tilde{\delta}_j$ – учитывают неточность детерминированного расчетного метода и неполноту исходной информации. Заметим, что фактор неполноты исходной информации характеризуется в (5) только стандартом σ_{δ_j} .

Вероятностная разведка ситуации для выявления энтропийных факторов. При этом предложено использовать модель для оценки надежности (5), в которой учтены и сопоставлены изменчивости четырех видов случайных факторов, воздействующих на конструкцию. Это прочность материалов и грунтов, величины нагрузок, неточность детерминированных методов расчета и неполнота исходной информации. Подавлять в первую очередь следует факторы с наибольшей энтропией. В модели надежности эти случайные факторы имеют наиболее значимые величины частных стандартов (т.е. средних квадратических отклонений). Вероятностная разведка ситуации позволяет поставить задачи следующего типа.

Достаточен ли уровень исходной информации при проектировании промышленных и гражданских зданий, мостов, тоннелей, дорог, плотин? В полной ли мере требования нормативов отражают этот необходимый уровень? Достаточен ли уровень точности расчетных моделей, описывающих поведение конструкции? Надо ли соглашаться со значительным разбросом прочностных свойств материалов и значительным разбросом величин нагрузок? Эти задачи могут быть актуальны как для различных отраслей строительства, так и для конкретного сооружения, которое проектируется в сложных условиях. Подчеркнем, что на первый план выходит задача выявления наиболее изменчивых (энтропийных) факторов. Последующее подавление такой энтропии приведет к увеличению надежности.

Здесь необходимо напомнить, что предлагаемые оценки на основе расширенной модели А.Р. Ржаницына в общем случае не точны. Модель А.Р. Ржаницына точна лишь при условии независимости всех действующих случайных факторов, подчиненных нормальному закону, а эти условия не всегда выполняются. Однако при вероятностной разведке речь идет не о прочностных расчетах, а о выявлении энтропийных факторов для их последующего подавления. Здесь некоторая неточность допустима. Кроме того, в оценках надежности конструкций специалисты, как правило, не учитывают факторы неточности детерминированного расчетного метода $\tilde{\Delta}$ ($\tilde{\delta}$) и неполноты исходной информации δ_j , а это приводит к неточности определения показателя надежности. Наши расчеты показали, что в некоторых случаях неучет $\tilde{\Delta}$ ($\tilde{\delta}$) и δ_j приводит к большей погрешности, чем использование нормального закона распределения.

Оценка неопределенных факторов на основе уравнений равнонадежности.

Предложенная для оценки надежности модель учитывает такие изменчивые – и, значит, неопределенные факторы, как нагрузки, прочность материалов, неточность расчетной модели, неполноту исходной информации и такие более определенные, как размеры конструкции, среднее значение обобщенной прочности \bar{R} . Предлагается в рамках такой модели сопоставить эти факторы и оценивать фактор неопределенный посредством фактора более определенного [2]. При этом используется принцип равнонадежности, т. е. сравниваются варианты конструкции с одинаковой надежностью:

$$p(\Psi + \delta^0 > 0) = p(\Psi - \frac{\Delta_R}{R} R > 0). \quad (6)$$

$$\Psi = R - Q.$$

Левая часть выражения (6) – это оценка надежности конструкции с учетом неточности расчетного метода (здесь для простоты рассмотрен случай, когда $\bar{\Delta} = 0$, $\sigma_{\Delta} \neq 0$, где $\tilde{\delta} = \tilde{R} \cdot \tilde{\Delta}$ является центрированной случайной величиной δ^0). В правой части уравнения (6) рассмотрена надежность той же конструкции, при расчете которой неточность расчета устранена. При этом для того, чтобы вернуться к прежнему уровню надежности, резерв прочности уменьшен на величину $\frac{\Delta_R}{R} R$. Следовательно, уравнение (6) можно истолковать следующим образом: случайный фактор неточности расчета (он учтен величиной δ^0) так же действует, как и уменьшение обобщенной прочности на величину $\frac{\Delta_R}{R}$. Предположим, $\frac{\Delta_R}{R} = 0,10$. Это значит, что случайный фактор неточности расчета понижает надежность конструкции так же, как и уменьшение ее несущей способности на 10%. И в этом смысле $\frac{\Delta_R}{R} R$ – это вероятностный критерий для оценки потерь неточности расчета. Приведено обоснование такого критерия. Рассмотрены более общие аналитические модели, например, в случае, когда $\bar{\Delta} \neq 0$ [2]:

$$p(\Psi + \delta > 0) = p(\Psi + \bar{\delta} - \Delta_R \cdot \bar{\Delta} - \frac{\Delta_R}{R} R > 0). \quad (7)$$

Здесь величина $\frac{\Delta_R}{R} R$ является оценкой потерь от случайной части неточности расчета, характеризующей роль величины δ^0 .

О роли $\bar{\delta}$ – средней части поправки к резерву прочности можно судить по отношению $\frac{\bar{\delta}}{R} = \bar{\Delta}$. Полученные оценки потерь от неточности расчетов выражаются в единицах обобщенной прочности конструкции (т.е. на языке, удобном для инженерного анализа), их можно вычислить в объемах строительных материалов и затем получить оценки потерь и в денежном выражении.

В выражениях (6) и (7) оценивается неточность расчетного метода (расчетной модели). Таким же образом на основе уравнений равнонадежности можно оценить неполноту исходной информации, изменчивость действующей нагрузки, изменчивость прочности материала конструкции. Подробнее этот вопрос излагается в монографии автора [2].

Об эффективности новых детерминированных расчетных методов. Здесь с вероятностных позиций рассмотрены ситуации, которые возникают, когда существующие расчетные модели (расчетные методы) заменяются новыми более точными. Речь идет о детерминированных моделях.

Расчетные методы существуют для совокупности однотипных, но не одинаковых конструкций. Неточность расчетного метода приводит к появлению систематической $\bar{\delta}$ и случайной $\tilde{\delta}^\circ$ ошибок в рамках данного ансамбля конструкции $\tilde{\delta} = \bar{\delta} + \tilde{\delta}^\circ$. Детальнее об этом факторе излагается в монографии автора [2].

Систематическая ошибка $\bar{\delta}$ неявно входит в реальный коэффициент запаса. Случайная ошибка $\tilde{\delta}^\circ$ является безусловно отрицательным энтропийным фактором: ведя расчет конструкций данного ансамбля, мы каждый раз ошибаемся по-иному. В модели надежности конструкций имеют место и другие случайные факторы: прочность материалов, нагрузки. Случайная ошибка расчетного метода, действуя вместе с ними, создает неопределенность в поведении конструкции.

Рассмотрим ситуации, которые имеют место при внедрении новых более совершенных расчетных методов, вполне корректных с детерминированных позиций. Заметим, что расширенная модель А.Р. Ржаницына (5) с учетом δ хорошо проясняет ситуацию: соотношение частных стандартов в этой модели показывает роль каждого случайного фактора, в том числе и фактора δ , изменчивость которого характеризуется величиной σ_δ .

Благоприятный случай. До уточнения расчетного метода в модели надежности конструкции доминировал изменчивый фактор $\tilde{\delta}^\circ$, связанный с неточностью этого метода, то есть величина σ_δ была существенна по сравнению с другими частными стандартами в знаменателе выражения (5). Энтропия (неопределенность) этого фактора подавляется новым расчетным методом. Вероятностный подход с позиций теории надежности позволяет выявить здесь положительный эффект.

Бесполезное уточнение. В модели надежности конструкции доминировали изменчивые факторы, связанные с прочностью материалов \tilde{R} , величинами нагрузок \tilde{q} . Энтропия этих факторов была больше чем энтропия неточности прежней расчетной модели. Поэтому избавление от последней мало скажется на конечном результате. Фигурально говоря, уточнение расчетной модели «тонет» в неопределенности \tilde{R} и \tilde{q} (однако, если уменьшить неопределенность \tilde{R} и \tilde{q} подняв культуру производства, то эффективность уточнения расчета возрастет).

Изъятие запасов. Новый более совершенный метод расчета выявляет резервы прочности в конструкциях: $\bar{\Delta}$ и $\bar{\delta}$ существенны. В то же время энтропийная

составляющая метода расчета (т. е. σ_s) остается прежней. В этом случае внедрение нового метода расчета без контроля с позиций теории надежности изымает запасы прочности и понижает надежность. Такая ситуация возможна, например, в статически неопределимых системах при учете пластических свойств материала и использовании моделей предельного равновесия. Опасность может заключаться в том, что необходимая надежность сооружения возможно была определена предыдущей практикой проектирования и строительства, а новый метод расчета в данном случае эту надежность понижает. Здесь необходимо решить непростую вероятностную задачу определения рационального уровня надежности конструкции.

На практике возможны сочетания указанных выше случаев. Поэтому для успешного внедрения нового расчетного метода желательно оценить ситуацию, построив вероятностную модель надежности сооружения.

Главный вывод этого раздела следующий: оценка эффективности внедрения нового и вполне корректного детерминированного расчетного метода – задача вероятностная. Ее следует решать с позиций теории надежности.

О прикладных задачах теории надежности. Основной задачей теории надежности сооружений принято считать оценку вероятности безотказной работы конструкции – показатели надежности P и обоснование рационального уровня этого показателя. Теорию надежности также используют составители норм. В данной же работе в основном рассмотрены инженерные задачи, в которых показатель надежности применен как инструмент исследования. Такому направлению можно дать название «Прикладные задачи теории надежности». Разумеется, строгой границы между этими направлениями теории надежности нет: они взаимно дополняют друг друга. Рассмотренные выше задачи, начиная от «Вероятностной разведки ситуации», можно отнести к прикладным.

Назовем и другие задачи прикладного направления. Большинство существующих отечественных сооружений запроектировано методом предельных состояний. Это позволяет в случае необходимости вычислить для конкретной конструкции коэффициент запаса ξ . Для этого нужно собрать расчетные коэффициенты метода предельных состояний для данной конструкции. Сведения об изменчивости действующих факторов (например, об изменчивости прочности арматуры и бетона, изменчивости нагрузок) при уже известном ξ позволяют определить показатель надежности конструкции P , используя модель А.Р. Ржаницына. Увеличение действующих нагрузок, износ конструкции могут быть учтены при этом корректировкой коэффициента запаса. Таким образом в условиях дефицита информации можно оценить резервы прочности и надежности конструкции.

Натурное обследование технического состояния существующих сооружений (особенно массовых однотипных) полезно начинать с определения проектного значения коэффициента запаса и начальной надежности. Это позволит выявить факторы, на которые следует обратить внимание при обследовании в первую очередь.

Полезно знать, что действующие нормы проектирования обеспечивают надежность конструкции в виде коридора значений $P_1 \div P_2$ с размытыми границами (границы размыты, поскольку показатели изменчивости случайных факторов нормы не регламентируют). Следовательно, одинаковые конструкции, запроектированные по одному проекту, могут иметь разную надежность.

В статически неопределимых системах существует опасность «неоднородной изменчивости» прочностных характеристик материалов. Например, разная изменчивость прочности, модуля упругости бетона в различных элементах железобетонного каркаса. Такая изменчивость по сути меняет расчетную схему сооружения. Ее следует предотвратить или хотя бы учесть.

Расширенная модель надежности конструкции может стать полезным инструментом для инженера-проектировщика и инженера-производителя строительных работ. Она укажет на факторы, которые требуют контроля, и даст численные показатели для такого контроля. Так, например, в сложных инженерно-геологических условиях полезно контролировать изменчивость расчетных показателей свойств грунтов основания (совместно с инженером-геологом). Полезно вести контроль и за изменчивостью прочности и деформативности бетона особенно в сложных статически неопределимых системах. Выше шла речь о значительных изменчивых факторах, которые следует подавлять, разумеется, по возможности.

Однако может иметь место и иная ситуация. Невысокие значения изменчивости действующих случайных факторов свидетельствуют о достойном уровне культуры строительства на данном предприятии. Это приводит к дополнительным резервам прочности. Такие резервы могут быть использованы с экономическим эффектом. Например, становится возможным дополнительное расширение проезжей части моста или достройка дополнительного этажа здания. Все это, разумеется, с расчетным обоснованием. Рационально и удобно использовать предложенный подход в комплексной фирме, которая выполняет как проектные, так и строительные работы.

Методы расчета сооружений постоянно совершенствуются и становятся все более точными. В то же время исходные данные о прочностных характеристиках строительных материалов и грунтов оснований, величинах действующих нагрузок часто остаются на прежнем уровне. Изменчивость этих данных существенна и часто превалирует в расширенной модели надежности конструкций. Намечается разрыв между все более точными расчетными моделями и часто менее определенными исходными данными.

Выводы. Перед теорией сооружений как наукой должна быть поставлена новая задача. Если прежняя задача теории сооружений – это «усовершенствование, уточнение расчетных методов», то новая задача – «находить наиболее значимые энтропийные (т. е. неопределенные) факторы с целью их подавления». Прежняя задача усовершенствования расчетных методов остается в силе как один из случаев подавления энтропии.

Сформулированную задачу предлагается положить в основу новой парадигмы теории расчета сооружений. Прикладные методы теории надежности направлены на взаимодействие детерминированного и вероятностного направлений теории расчета сооружений. Вероятностная разведка ситуации для выявления энтропийных факторов является эффективным методом новой парадигмы.

Литература

- 1. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.*
- 2. Усаковский С.Б. С какой точностью вести расчеты прочности сооружений: монография / С.Б. Усаковский. – К.: КНУСА, 2005. – 160 с.*
- 3. Усаковский С.Б. О новой роли теории расчетов сооружений / С.Б. Усаковский // Строительная механика и расчет сооружений. – № 4. – 2006.*
- 4. Усаковский С.Б. Прикладные задачи теории надежности сооружений. О новой парадигме теории расчета сооружений / С.Б. Усаковский. – К.: КНУСА, 2014. – 56 с.*

Надійшла до редакції 6.12.2014

© С.Б. Усаковський