

*Д.М. Лазарев, к.т.н., доцент  
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка*

## **РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОЛОН ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КРИТЕРІЮ**

*Виконано дослідження розрахунку міцності центрально стиснутих залізобетонних елементів по нормальних перерізах на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм міцності, що враховує вплив спадної гілки повної діаграми стиску бетону із застосуванням оптимізаційних і чисельних методів. Досліджено вплив форми поперечного перерізу залізобетонних елементів, класу бетону, процента армування на граничну деформацію стиснутої зони бетону та міцність нормальних перерізів таких елементів.*

**Ключові слова:** бетон, арматура, міцність, несуча здатність, залізобетонна колона, гранична деформація, деформаційна модель, екстремальний критерій, нормальний переріз.

*Д.Н. Лазарев, к.т.н., доцент  
Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка*

## **РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОН С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО КРИТЕРИЯ**

*Выполнены исследования расчета прочности центрально сжатых железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной модели с экстремальным критерием прочности, которая учитывает влияние нисходящей ветви полной диаграммы сжатия бетона с применением оптимизационных и численных методов. Исследовано влияние формы поперечного сечения железобетонных элементов, класса бетона, процента армирования на предельную деформацию сжатой зоны бетона и прочность нормальных сечений таких элементов.*

**Ключевые слова:** бетон, арматура, прочность, несущая способность, железобетонная колонна, предельная деформация, деформационная модель, экстремальный критерий, нормальное сечение.

*D.M. Lazarev, PhD, Associate Professor  
Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University*

## **THE DESIGN OF THE STRENGTH OF COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS BY MEANS OF EXTREMAL CRITERION**

*The design of the strength of normal cross section of centrally compressed reinforced concrete elements in normal sections was researched by means of extreme criterion within the bounds of deformation model on the basis of deformation model with extreme strength*

critерion. Descending part of the concrete stress-strain diagram was taken into account. Optimization and numerical methods were used. The influence of cross section form, concrete class and reinforcement percentage on the ultimate strain of cross section compressed part were researched.

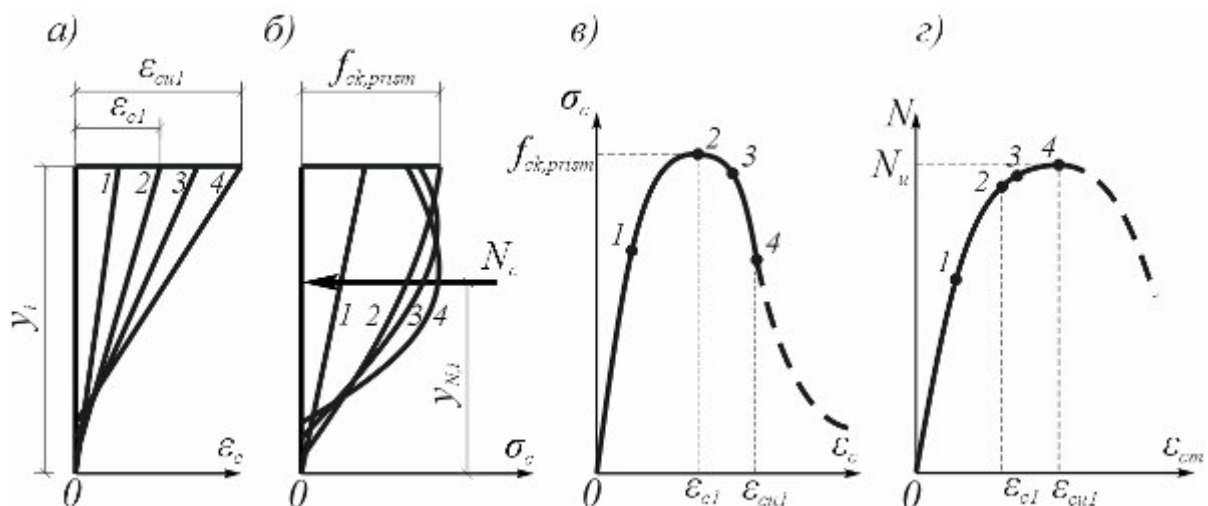
**Keywords:** concrete, reinforcement, strength, bearing capacity, reinforced concrete column, ultimate strain, deformation model, the extreme criterion, normal section.

**Вступ.** У роботах [1 – 5] відмічено необхідність удосконалення відомих моделей [6 – 8] з метою врахування достовірних залежностей реальної роботи матеріалів, механічних і геометричних характеристик залізобетонних елементів (ЗБЕ) і т.п. Деформаційна модель (ДМ) з екстремальним критерієм міцності (ЕКМ) при врахуванні реальних діаграм роботи арматури має значні переваги в поєднанні з оптимізаційними методами. Вона дає можливість аналітично одержати граничні характеристики бетону нормального перерізу ЗБЕ завдяки врахуванню спадної гілки повної діаграми стиску (ПДС) бетону, що відображає процес зниження несучої здатності внаслідок зростання ступеня його руйнування.

Унаслідок існування строгого максимуму ( $f_{ck,prism}, \epsilon_{cl}$ ) діаграми стиску бетону й наявності її низхідної гілки в стиснутій зоні ЗБЕ (рис. 1, в), залежність «параметр навантаження  $F$  – деформація стиснутої грані  $\epsilon_{cm}$ » (рис. 1, г) також має строгий максимум ( $F_u, \epsilon_{cul}$ ), що обумовлює необхідність застосування ЕКМ,

$$F = f(\epsilon_{cm})_{\epsilon_{cm}=\epsilon_{cu}} = \max. \quad (1)$$

Запропонована інженерна методика на основі ЕКМ, завдяки врахуванню впливу багатьох факторів (значну частину яких не враховують існуючі методики, що використовуються в нормах [9 – 12]) на граничну деформацію  $\epsilon_{cul}$  (властивостей бетону й арматури та її кількості, форми перерізу, характеру його НДС тощо), є більш узагальненою й точною.



**Рис. 1.** Дограничні (1, 2, 3) і граничні (4) стани розвитку деформацій (а) та напружень (б) у стиснутій зоні бетону ЗБЕ.

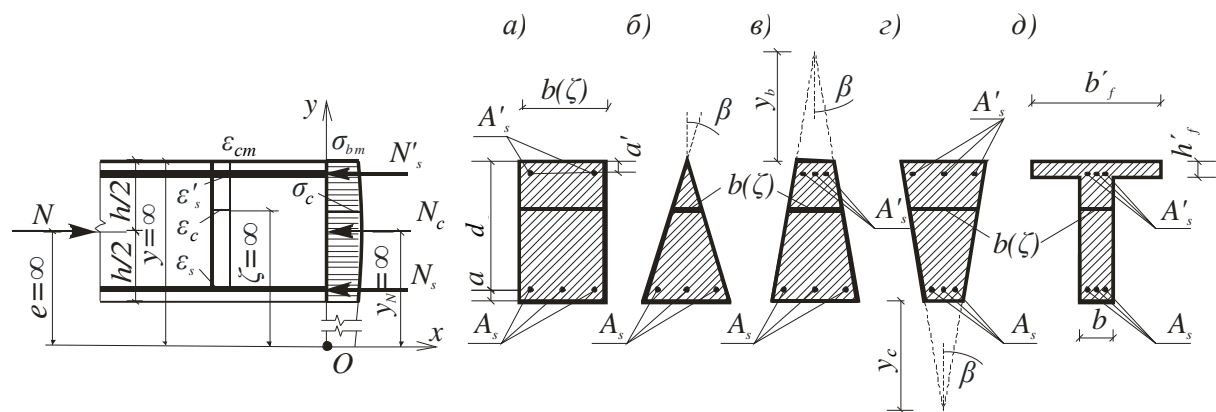
Відповідність станів 1, 2, 3, 4 на діаграмі стискування бетону (в) і кривій «зусилля в перерізі – деформація стиснутої грані бетону»

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Розрахункам несучої здатності залізобетонних конструкцій (ЗБК) і їх елементів на основі ДМ присвячено низку літературних джерел [13, 14, 15 та ін.]. Зокрема, більш детально розрахункок несучої здатності ЗБЕ на основі ДМ з ЕКМ розглянуто в роботах [4, 13, 14].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.** Застосування ДМ є певним кроком уперед, оскільки вона використовує повний набір рівнянь механіки деформівного твердого тіла (МДТТ): фізичні – для бетону й арматури; геометричні – закон плоских перерізів; статичні – рівняння рівноваги – та дозволяє точніше визначати межу переармування, міцність переармованих ЗБЕ й інші фактори. Існуючі ДМ, крім ДМ з ЕКМ, потребують даних експериментальних досліджень. Методика з ЕКМ має суттєві переваги над іншими ДМ, котрі є основою норм [9 – 12]. На основі експериментальних даних вона вперше запропонована в роботі [16] та детально аналітично обґрунтована й наведена в працях [1 – 5 та ін.]. Методика з ЕКМ дозволяє враховувати реальні діаграми роботи бетону й арматурних сталей з урахуванням їх зон зміцнення при широкому спектрі класів міцності бетону на стиск (до  $f_{ck,cube} = 120 \text{ МПа}$  і більше), а також аналітично визначати параметри напружено-деформованого стану (НДС) нормальних перерізів елементів ЗБК, у тому числі й  $\varepsilon_{cu1}$  в граничному стані. Тому розроблення методики на базі ДМ, яка б давала змогу аналітично визначати параметри НДС у нормальному перерізі ЗБК та їх елементів, у тому числі й  $\varepsilon_{cu1}$ , при різних видах завантаження, є актуальним завданням.

**Метою роботи** є дослідження впливу форми поперечного перерізу ЗБЕ, класу бетону, процента армування на граничну деформацію стиснутої зони бетону та на міцність нормальних перерізів таких елементів.

**Основний матеріал і результати.** Дослідження обмежувалося задачею перевірки міцності нормального перерізу. Розрахункові положення й фізичні залежності для визначення напружень, деформацій та інших характеристик перерізу центрально стиснутих ЗБЕ (рис. 2) наведено в роботах [1 – 5, 13 – 15]. Стан руйнування нормального перерізу описується розрахунковими схемами зусиль і деформацій, наведеними на рис. 1.



**Рис. 2. Розрахункова схема ЗБЕ і розглянуті форми поперечних перерізів**

Для реалізації оптимізаційної методики була розроблена спеціальна програма для ПЕОМ «CRC – 12».

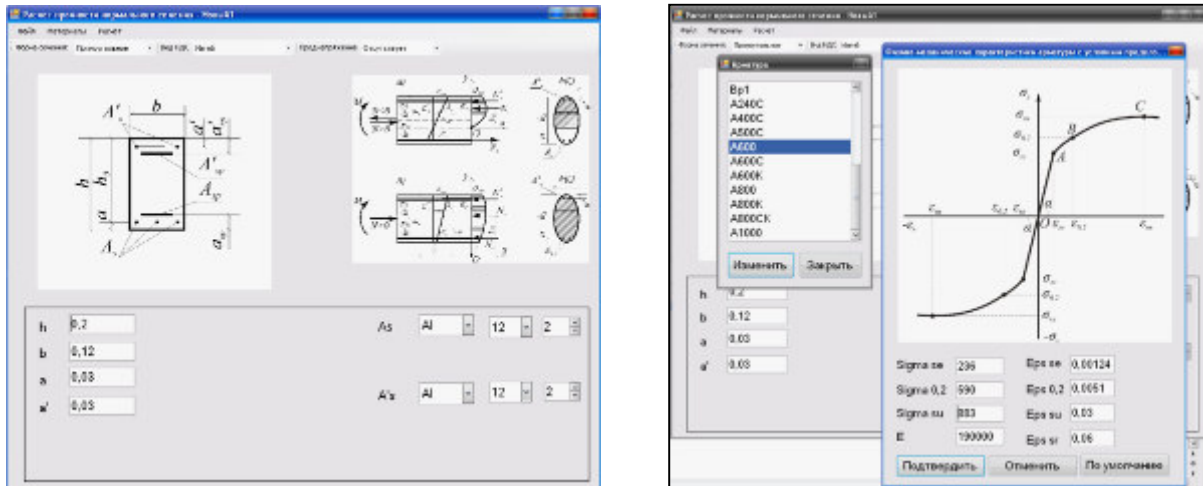


Рис. 3. Програмний комплекс «CRC – 12»

Аналіз граничних характеристик виконувався для нормальних перерізів різної форми – прямокутної, трикутної, трапецієподібної з розширенням у розтягнутій та стиснутій зонах і таврової (рис. 2). Параметр механічних властивостей бетону  $K$ , що обчислюється за формулою (3), зростає у діапазоні  $1,2 \dots 3,5$ , якому відповідає зниження міцності бетону ( $f_{cd}$ ) приблизно від  $120$  до  $7,5$  МПа. Процент армування  $\rho_f$  змінювався в інтервалі  $0,41 - 5,03\%$ . Клас арматури приймався постійним –  $A400C$ . Вона розташовувалась у розтягнутій і, як правило, стиснутій зоні нормального перерізу (рис. 2). Розміри нормальних перерізів прямокутної та трикутної форм залишалися постійними:  $b = 0,25$  м і  $h = 0,3$  м, для трапецієподібної форми  $tg\beta = 0,217$ , а для таврової форми перерізу  $h = 0,3$  м,  $b = 0,12$  м  $h'_f = 0,06$  м,  $b'_f = 0,25$  м. Одержані результати виконаних досліджень ілюструють наведені нижче рисунки 4 – 7.

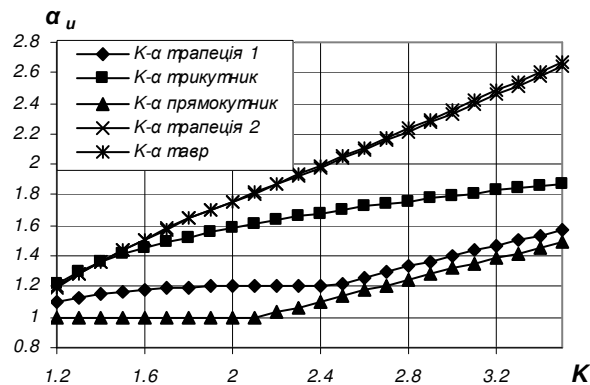
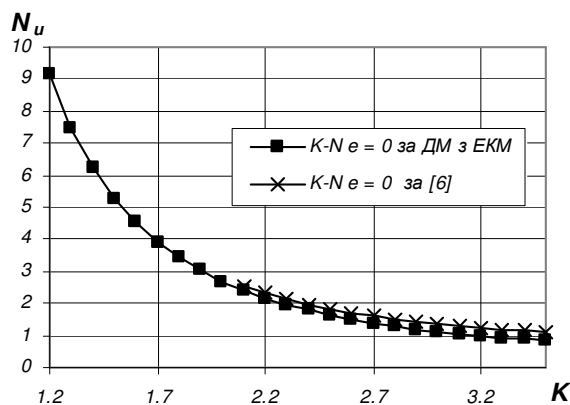


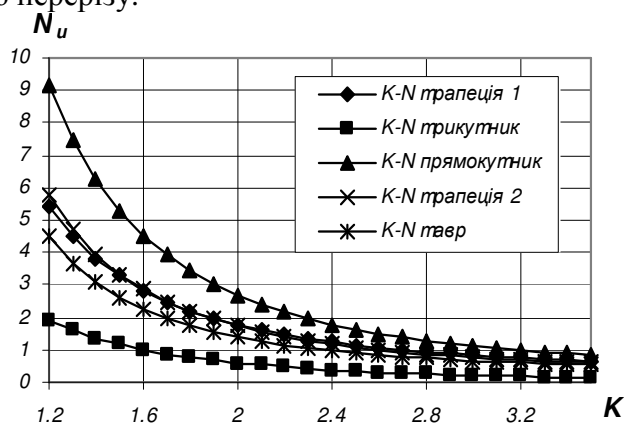
Рис. 4. Вплив на характеристику граничної деформації бетону нормальних перерізів різної форми  $\alpha_u = \varepsilon_{cul} / \varepsilon_R$  параметра  $K$  при центральному стиску, з однаковою кількістю розтягнутої ( $2\emptyset 16 A400C$ ) та стиснутої ( $2\emptyset 16 A400C$ ) арматури

Рисунок 4 показує суттєву залежність від  $K$  граничної деформації стиснутої грані бетону ЗБЕ в нормальних перерізах різної форми. Значною є залежність граничної деформації стиснутої грані бетону і від процента армування  $\rho_f$  [5]. Як видно із графіків (рис. 4), значні зміни деформацій стиснутої грані бетону відбуваються при переходах напружень в арматурі з пластичної в пружну стадію роботи.



**Рис. 5. Порівняння міцності в стадії руйнування прямокутного нормального перерізу ( $N_u$ ) залежно від  $K$ , обчислених за ДМ із ЕКМ та за рекомендаціями [6]**

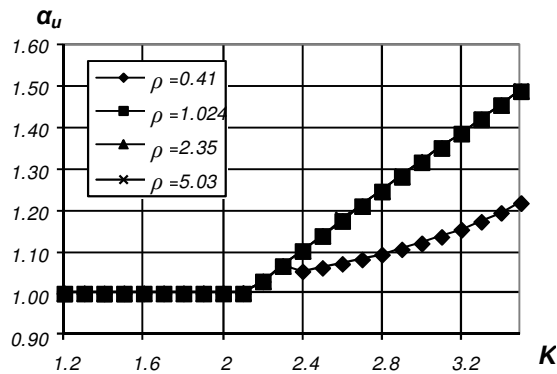
На рисунку 5 показано графіки залежності граничної міцності  $N_u$  прямокутного нормального перерізу центрально стиснутих ЗБЕ від параметра механічних властивостей бетону  $K$ , отриманих за наведеною вище методикою, порівняно з даними обчислень за нормами [6]. Як видно із графіків, методика [6], як правило, завищує міцність нормального перерізу.



**Рис. 6. Вплив на міцність нормальних перерізів різної форми  $N_u$  параметра механічних властивостей бетону  $K$  при однаковій кількості розтягнутої ( $2\emptyset 16 A400C$ ) та стиснутої ( $2\emptyset 16 A400C$ ) арматури й центральному стиску**

Наведені на рисунку 6 графіки ілюструють залежності міцності нормальних перерізів різної форми від параметра механічних властивостей бетону  $K$  при однаковому армуванні. Як видно із графіків, міцність суттєво залежить від форми нормального перерізу. Як правило, прямокутна форма поперечного перерізу є оптимальною.

Графіки залежності  $a_u - K$  (рис. 7) одержані для прямокутного нормального перерізу з процентом армування в інтервалі  $0,41\% \leq \rho_f \leq 5,03\%$  при центральному стиску. Характерним для графіків (рис. 7) є те, що при зміні міцності бетону та процента армування арматура працює як у пластичній, так і в пружній стадії. При використанні бетонів високої міцності розтягнута арматура працює в пластичній стадії, а стиснута, як правило, зі зменшенням міцності бетону переходить із пружної в пластичну стадію. При застосуванні бетонів низької міцності розтягнута арматура працює в пружній стадії.



**Рис. 7. Вплив на характеристику граничної деформації бетону  $\alpha_u$  параметра  $K$  при різних процентах армування  $\rho_f$  і при центральному стиску**

#### **Висновки** за результатами досліджень

1. На основі наведеної вище методики із застосуванням ЕКМ може бути з'ясований та врахований вплив механічних властивостей бетону, форми перерізу, кількості арматури тощо на граничну деформацію стиснутої грані бетону  $\epsilon_{cul}$  в нормальних перерізах стиснуто-зігнутих ЗБЕ.

2. Для впровадження в практику розрахункового апарату [4, 5] на основі ДМ з ЕКМ розроблена програма «CRC – 12», що дозволяє виконувати повний аналіз граничних параметрів нормальних перерізів різної форми на широкому діапазоні міцності бетону, з урахуванням повної діаграми роботи арматури.

3. Урахування реальної роботи арматурної сталі суттєво впливає на граничні характеристики нормального перерізу і на його міцність, що не враховується в нормах [6]. Переармованість нормальних перерізів ЗБЕ значно збільшує граничну деформацію стиснутої грані бетону ( $\epsilon_{cul}$ ). Такий самий вплив на  $\epsilon_{cul}$  викликає зменшення міцності бетону при постійному армуванні.

4. Модель руйнування нормальних перерізів, прийнята в нормативному документі [6], порівняно з ДМ із ЕКМ незначно, але завжди завищує міцність нормальних перерізів стиснуто-зігнутих ЗБЕ.

#### **Література**

1. Митрофанов В.П. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов / В.П. Митрофанов, С.И. Арцев // Проблемы теории і практики залізобетону: зб. наук. ст. – Полтава: ПДТУ, 1997. – С. 333 – 337.
2. О влиянии формы нормального сечения на предельную деформацию бетона сжатой зоны / В.П. Митрофанов, А.А. Шкурупий, Б.П. Митрофанов, Д.Н. Лазарев // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 15. – С. 89 – 94.
3. Митрофанов В.П. Общая методика расчета прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе деформационной модели с двойственным экстремальным критерием прочности / В.П. Митрофанов, О.А. Довженко, В.В. Погребной // Будівельні конструкції: зб. наук. праць: у 2-х т. Т.1. – К.: НДІБК, 2005. – С. 197 – 204.
4. Митрофанов В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов. Сер.: Архитектура и технические науки. – К.: Техніка, 2004. – Вип. 60. – С. 29 – 48.

5. Вплив міцності бетону та кількості арматури на граничні характеристики нормального перерізу залізобетонних елементів / В.П. Митрофанов, О.А. Шкурупій, Д.М. Лазарев, Б.П. Митрофанов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2005. – Вип. 12. – С. 208 – 217.
6. СНиП 2.03.01–84\*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2000. – 76 с.
7. *Practical design of reinforced and prestressed concrete structures based on the CEB – FIP mode code (MC 78).* – London: Thomas Telford Limited, 1984. – 36 p.
8. Методические рекомендации по уточненному расчету железобетонных элементов с учетом полной диаграммы сжатия бетона / А.Н. Бамбура, В.Я. Бачинский, Н.В. Журавлева, И.Н. Пешкова. – К.: НИИСК Госстроя СССР, 1987. – 25 с.
9. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures. EN 1992 – 1.1: General Rules and Rules for buildings.* – Brussels: CEN, 2004. – 226 p.
10. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6. 98:2009. [Чинний від 01.06.2011]. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 72 с.
11. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 168 с.
12. СП 63.1330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М.: Минрегион России, 2012. – 161 с.
13. Шкурупій О.А. Міцність залізобетонних конструкцій та їх елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм / О.А. Шкурупій // Будівельні конструкції: міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво). – Вип. 74: в 2-х кн. Кн. 1. – К.: ДП НДІБК, 2011. – С. 605 – 614.
14. Шкурупій О.А. Використання чисельних і оптимізаційних методів для розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм / О.А. Шкурупій, Д.М. Лазарев // Коммунальное хозяйство городов: сб. науч. тр. – Вып. 76. – К.: Техника, 2007. – С. 71 – 79.
15. Шкурупій О.А. Аналітичне визначення фізико-механічних характеристик бетону / О.А. Шкурупій, Є.М. Бабич // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2011. – Вип. 21. – С. 401 – 407.
16. Байков В.Н. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям напряжения – деформации бетона и арматуры / В.Н. Байков, С.В. Горбатов // Бетон и железобетон. – 1985. – № 6. – С. 13 – 14.

© Лазарев Д.М.  
Надійшла до редакції 15.05.2015