

Гурко А.Г., к.т.н., доцент  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

## СИНТЕЗ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫХ ТРАЕКТОРИЙ РАБОЧЕГО ОБОРУДОВАНИЯ МАНИПУЛЯТОРНОГО ТИПА

*Известно, что значительное количество современных строительных и дорожных машин имеет рабочее оборудование в виде манипулятора – экскаваторы, машины для лесотехнических работ, краны-манипуляторы и т.д. Повышение эффективности таких машин связано с автоматизацией выполняемых ими рабочих процессов. Одной из задач, которую должна решать система управления машинами с рабочим оборудованием манипуляторного типа, является синтез эффективных траекторий рабочего оборудования. Под траекториями здесь понимают законы изменения углов поворота или линейных перемещений звеньев манипулятора машины. Разработана функциональная модель подсистемы синтеза оптимальной траектории рабочего оборудования. В качестве критерия оптимальности предложено использовать минимум работы сил сопротивления, преодолеваемых машиной при выполнении рабочей операции. Эффективность рассмотренного подхода подтверждена результатами моделирования.*

**Ключевые слова:** *строительно-дорожная машина, манипулятор, траектория, система управления, энергетическая эффективность.*

Гурко О.Г., к.т.н., доцент  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## СИНТЕЗ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНИХ ТРАЄКТОРІЙ РОБОЧОГО ОБЛАДНАННЯ МАНІПУЛЯТОРНОГО ТИПУ

*Відомо, що значна кількість сучасних будівельних і дорожніх машин має робоче обладнання у вигляді маніпулятора – экскаватори, машини для лісотехнічних робіт, крани-маніпулятори тощо. Підвищення ефективності таких машин пов'язано з автоматизацією робочих процесів, що вони виконують. Одним із завдань, які повинна розв'язувати система керування машинами з робочим обладнанням маніпуляторного типу, є синтез ефективних траєкторій робочого обладнання. Під траєкторіями тут розуміють закони зміни кутів повороту або лінійних переміщень ланок маніпулятора машини. Розроблено функціональну модель підсистеми синтезу оптимальної траєкторії робочого обладнання. Як критерій оптимальності запропоновано використовувати мінімум роботи сил опору, які може здолати машина при виконанні робочої операції. Ефективність викладеного підходу підтверджено результатами моделювання.*

**Ключові слова:** *будівельно-дорожня машина, маніпулятор, траєкторія, система керування, енергетична ефективність.*

## SYNTHESIS OF ENERGY EFFICIENT TRAJECTORIES OF MANIPULATOR-LIKE WORKING EQUIPMENT

*There are many construction and road machines with manipulator-like working equipment such as excavators, forest harvesters, crane-manipulators, etc. The quality requirements for the work performed by these machines are constantly increasing. The complexity of the working equipment is also growing, for instance, the number of its degrees of freedom is rising. All these factors make an operator's work more complex as well and require a very high qualification. Besides, the complexity of a machine leads to the fact that the operator will not be able to realize all its abilities. Therefore, increasing the efficiency and productivity of machines with manipulator-like working equipment is a very important issue, the solution which is inseparably linked with improving control systems of machines' manipulators.*

*A lot of work has been done over the last two decades in the field of construction and road machinery automation. However, most of the researches focus on working equipment tracking control. Tracking accuracy, undoubtedly, specifies the machine efficiency. Nevertheless, evaluation of its efficiency with quality indexes, which are commonly used in construction machinery, for instance, energy intensity, is preferable.*

*One of the ways to increase the machine energy efficiency is to plan working equipment optimal trajectories. Therefore, in this paper we present a functional model of the automatic trajectory planning system, which allows to calculate optimal working equipment trajectories in the joint space.*

*The trajectory planning is based on the kinematics and dynamics models of the machine manipulator, on the evaluation of external disturbances in the system as well as on the information about the desired path in the Cartesian space. To determine the trajectory, the time slice, which is needed for the tool motion along the desired path, is divided into equal intervals that correspond to certain sections of the path. Then the optimal trajectory is calculated for each of the path sections.*

*The minimization of the work of the resistance forces to be overcome by the machine at work operation has been proposed as the optimality criterion. To minimize the optimality criterion, optimal values of weighting factors, which prioritize the manipulator links movement, have been determined by using the genetic algorithm. The effectiveness of the proposed approach has been confirmed with the simulation results for the robotic excavator.*

*The results of the research can be extended to the case of the optimal control of industrial robots.*

**Keywords:** *construction and road machinery, manipulator, trajectory, control system, energy efficiency.*

**Введение.** Разработка и внедрение систем автоматического управления (САУ) рабочим процессом строительных и дорожных машин (СДМ) с рабочим оборудованием (РО) в виде механизмов с открытыми кинематическими цепями (манипуляторов) и, в частности, экскаваторов является одним из наиболее перспективных путей их совершенствования. При разработке таких систем основное внимание уделяется точности перемещения рабочего инструмента (ковша, вибромолота и т.д.) по заданной траектории. Этот показатель характеризует качество системы управления и косвенно – производительность машины. Однако предпочтительным является проведение оценки таких САУ при помощи принятых в теории СДМ показателей, например, энергоемкости рабочего процесса. Кроме определения эффективности уже внедренных или только разработанных систем, подобная оценка позволит сформулировать требования к проектируемым системам управления СДМ.

Снижения энергоемкости рабочего процесса СДМ, кроме всего прочего, можно добиться синтезом траекторий РО, реализация которых требует минимальных затрат энергии.

Под синтезом траектории понимают определение таких законов изменения углов поворота или линейных перемещений звеньев РО при заданных ограничениях на их скорости и ускорения, которые бы обеспечили прохождение рабочего инструмента из начальной точки в конечную через некоторую последовательность контрольных точек [1]. При этом часто требуется поддерживать определенную ориентацию рабочего инструмента. Например, при автоматическом копании экскаватором необходимо, чтобы угол резания сохранял постоянное значение, соответствующее наименьшей силе сопротивления резанию ( $30^\circ \dots 50^\circ$ ) [2].

**Анализ последних источников исследований и публикаций.** При синтезе оптимальных траекторий манипуляторов наиболее часто используется критерий минимума времени выполнения технологической операции. Количество же публикаций, посвященных определению траекторий, обеспечивающих минимум затрат энергии, значительно меньше. При этом часто исполнительные механизмы рассматриваются упрощенно, как источники вращающих моментов, и оптимальная траектория отыскивается с точки зрения минимизации интеграла от суммы квадратов или суммы абсолютных значений управляющих моментов [3, 4]. Анализ энергоемкости траекторий, полученных некоторыми традиционными методами, выполнен в работах [5, 6]. При этом в качестве объекта рассматривался стэнфордский манипулятор, синтез траекторий осуществлялся в операционном пространстве, а динамикой исполнительных механизмов пренебрегали.

В работе [7] описаны результаты экспериментальных исследований по влиянию траектории работа-манипулятора IRB 1600 с электрическим приводом на затраты энергии, что позволило определять рациональные траектории этого робота. В работах [8, 9] при синтезе оптимальных с энергетической точки зрения траекторий применяется метод динамического программирования.

Рассматривались проблемы построения оптимальных траекторий и для манипуляторов с гидравлическим приводом. В частности, в работах [10, 11] приведены варианты решения задачи синтеза оптимальных по быстродействию траекторий и управления движением вдоль этих траекторий манипулятора машины для лесотехнических работ. В работах [12, 13] параллельно с задачей планирования оптимальной по быстродействию траектории рассмотрена задача минимизации моментов, необходимых для осуществления движения манипулятора экскаватора, при этом учитывались ограничения на силы, развиваемые гидроприводом, а также на скорости и ускорения звеньев.

В статье [14] предложен и в работе [15] распространен на экскаваторы метод синтеза траектории манипулятора, суть которого заключается в решении на каждом шаге  $k$  квантования по времени следующего несовместного матричного уравнения:

$$H_k \Theta_k = F_k, \quad (1)$$

где  $\Theta_k = [\Delta q_1^k \Delta q_2^k \dots \Delta q_n^k]^T$  – вектор искомых приращений присоединенных координат;

$H_k$  – прямоугольная  $(2 \times n)$ -матрица, элементы которой равны:

$$(H_k)_{1,i-1} = \sum_{j=i}^n l_j \sin \alpha_j^{k-1}; \quad (H_k)_{2,i-1} = \sum_{j=i}^n l_j \cos \alpha_j^{k-1}; \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $l_i$  – длина  $i$ -го звена манипулятора;

$n$  – число степеней свободы манипулятора;

$\alpha_i$  – углы между  $i$ -ым звеном манипулятора и горизонтальной осью  $O_0x_0$ :

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^i q_j; \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Решением уравнения (1) является решение уравнения (4)

$$(H_k^T H_k + \lambda C) \cdot \Theta_k = H_k^T F_k, \quad (4)$$

где  $\lambda$  – малый произвольный положительный параметр, обеспечивающий устойчивость вычисления матрицы  $(H_k^T H_k + \lambda C)^{-1}$ ;

$C$  – диагональная  $(n \times n)$ -матрица, ненулевые элементы которой задаются по формуле

$$C_{i,i} = \gamma_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где  $\gamma_i$  – весовые коэффициенты.

**Выделение не решенных ранее частей общей проблемы.** В работе [15] значения весовых коэффициентов  $\gamma_i$  в формуле (5) предлагалось выбирать так, чтобы выровнять максимальные значения угловых ускорений соответствующих звеньев. В то же время целесообразным является использование таких весовых коэффициентов, которые бы привели к оптимальным с энергетической точки зрения траекториям звеньев РО СДМ.

**Цель и постановка задач.** Целью данной работы, таким образом, является повышение энергетической эффективности рабочего процесса СДМ с РО в виде манипулятора за счет усовершенствования метода синтеза траекторий РО.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать функциональную модель подсистемы синтеза траектории РО;
- определить критерий энергетической эффективности траектории РО;
- выполнить расчет оптимальных значений элементов матрицы (5).

**Основной материал и результаты.** Задачами, решаемыми САУ РО СДМ, являются планирование движения РО с учетом технологических требований, а также обеспечение этого движения с заданным качеством. Упрощенная структурная схема САУ РО СДМ приведена на рис. 1.

Под планированием пути подразумевается определение траекторий перемещения РО в декартовой (обычно мировой) системе координат, а также законы изменения линейных скоростей и ускорений [1]. При этом необходимо учитывать тип машины, возможности ее манипулятора, особенности рабочего процесса, конфигурацию рабочей зоны, наличие препятствий и прочее. Например, в случае одноковшового экскаватора на данном этапе учитываются нанесенные на цифровую карту проектные параметры забоя и место, куда будет производиться выгрузка грунта (отвал или автомобиль).

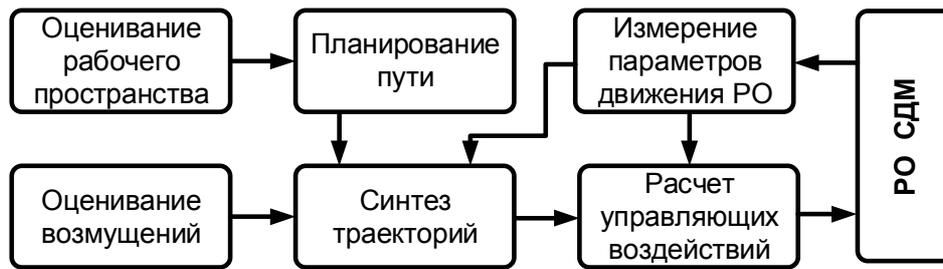


Рисунок 1 – Структурная схема САУ РО СДМ

Планирование пути является весьма сложной отдельной задачей (вычислительная сложность алгоритмов планирования пути экспоненциально растет с увеличением числа степеней свободы манипулятора), которая решается на стратегическом уровне системы управления РО СДМ, и ее решение выходит за рамки данной работы.

Рассмотрим более подробно подсистему синтеза траекторий (рис. 2). Будем считать, что синтез производится предложенным в работе [15] методом на основе выражений (1) – (5).

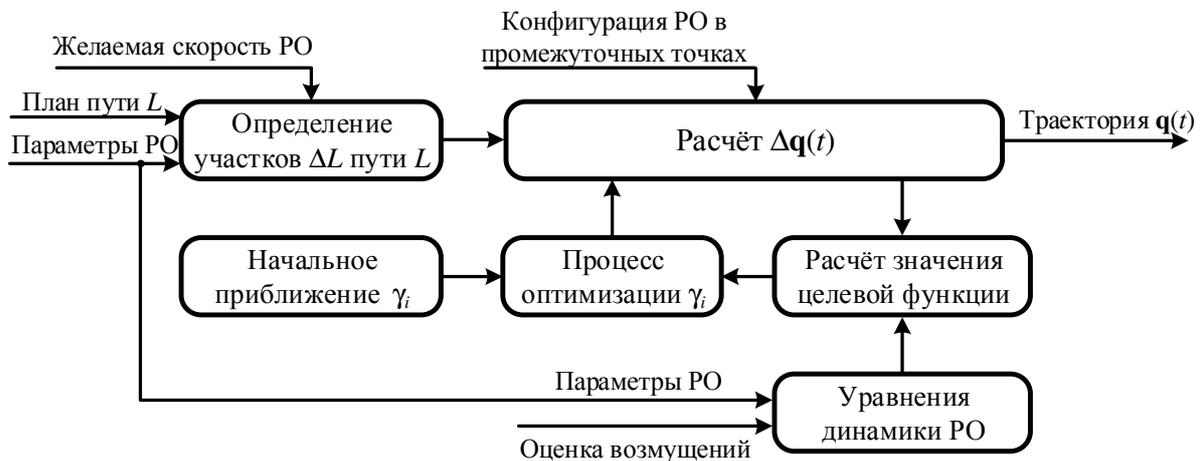


Рисунок 2 – Функциональная модель процесса синтеза траектории

Исходными данными для подсистемы являются информация о рассчитанном на предыдущем уровне иерархии пути  $L$  движения рабочего инструмента в декартовой системе координат и конструктивных параметрах звеньев РО. Для определения законов изменения присоединенных координат  $q(t)$  временной интервал  $[0; T]$ , за который рабочий инструмент преодолевает весь путь  $L$ , разбивается на  $I$  равных промежутков с шагом  $\Delta t = T/I$ . За промежутки времени  $\Delta t$  рабочий инструмент проходит расстояния  $\Delta L = v \cdot \Delta t$ , где  $v$  – желаемая скорость движения рабочего инструмента. Значение  $v$  определяется, исходя из типа машины и выполняемого ею рабочего процесса. Так, скорость копания грунта ковшом экскаватора составляет  $v \approx 2$  м/с [16]. Для каждого участка пути  $\Delta L$  рассчитывается оптимальная траектория  $q(\Delta t)$ . Согласно принципу оптимальности Беллмана, если все участки  $q(\Delta t)$  траектории  $q(t)$  оптимальны, то вся траектория  $q(t)$  также оптимальна.

Для расчета оптимальных  $q(\Delta t)$  необходимо определить оптимальные значения элементов  $\gamma$  матрицы (5). Эта задача решается методами нелинейного программирования. Минимизируемая целевая функция должна учитывать затраты энергии на реализацию траектории  $q(t)$ . Для этого необходимо также иметь модель, описывающую динамику РО и учитывающую возможное действие внешних возмущений, например,

возникающих при взаимодействии рабочего инструмента с грунтом. Поскольку предсказать точные значения возмущений невозможно, приходится использовать их оценки, полученные либо путем обработки статистических данных, либо на основе информации о принадлежности некоторым доверительным интервалам [17].

Эффективность использования СДМ оценивается по ряду показателей. С точки зрения экономии энергетических затрат удобно пользоваться удельной энергоёмкостью

$$N_{y\partial} = \sum_{i=1}^m \frac{N_i}{P_i}, \text{ кВт}\cdot\text{ч}/\text{м}^3, \quad (6)$$

где  $N_i$  – мощность, развиваемая машиной при выполнении  $i$ -ой операции, кВт;  
 $P_i$  – производительность машины при выполнении  $i$ -ой операции, м<sup>3</sup>/ч;  
 $m$  – количество выполняемых операций.

Однако текущее значение производительности получить в режиме реального времени затруднительно. Поэтому выражение (6) непригодно для использования в качестве критерия эффективности САУ РО. В то же время известно, что мощность  $N_i$  определяется работой  $A_i$  сил сопротивления, преодолеваемых машиной при выполнении  $i$ -ой операции, например при копании экскаватором. В связи с этим в качестве критерия энергетической эффективности САУ РО СДМ целесообразно использовать работу  $A_i$ , совершаемую при осуществлении рабочего процесса. Тогда в случае РО с вращательными сочленениями САУ должна определить траектории  $q_i(t)$ , минимизирующие целевую функцию

$$A = \sum_{i=1}^n \int_{q_0}^q M_i dq_i \xrightarrow{\gamma \in \Gamma} \min, \quad (7)$$

где  $M_i$  – момент силы, приводящей  $i$ -ое звено в движение;  
 $\Gamma$  – область допустимых значений весовых коэффициентов  $\gamma$  в уравнении (5).

Математическая модель манипулятора СДМ с  $n$  степенями свободы может быть представлена в виде следующего матричного уравнения:

$$\hat{D}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) + \hat{B}(\dot{q}) + \hat{M}_L = \frac{\partial h}{\partial q}(A_A \hat{p}_A - A_B \hat{p}_B), \quad (8)$$

где  $q = [q_i]^T \in R^n$  – вектор присоединенных координат;

$D(q) \in R^{n \times n}$  – симметричная положительно-определённая матрица инерции манипулятора;

$C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  – матрица, содержащая центробежные и кориолисовы члены;

$G(q) \in R^n$  – вектор сил гравитации;

$B(\dot{q}) \in R^n$  – вектор коэффициентов трения;

$M_L \in R^n$  – вектор сил и моментов сопротивления, действующих на  $i$ -ое звено;

$h \in R^n$  – вектор линейных смещений штоков гидроцилиндров привода соответствующих звеньев;

$A_A = \text{diag}\{A_{A_i}\} \in R^{n \times n}$ ,  $A_B = \text{diag}\{A_{B_i}\} \in R^{n \times n}$  – матрицы, диагональными элементами которых являются площади поршней гидроцилиндров со стороны бесштоковой  $A$  и штоковой  $B$  полостей;

$p_A \in R^n$ ,  $p_B \in R^n$  – векторы давлений в полостях  $A$  и  $B$  гидроцилиндров.

Так как при синтезе управления значения входящих в уравнение (8) параметров известны приближенно, то приходится пользоваться их оценками, которые обозначены символом « $\hat{\phantom{x}}$ ».

Как отмечалось ранее, целью подсистемы синтеза траекторий САУ РО СДМ является вычисление таких значений компонентов вектора присоединенных

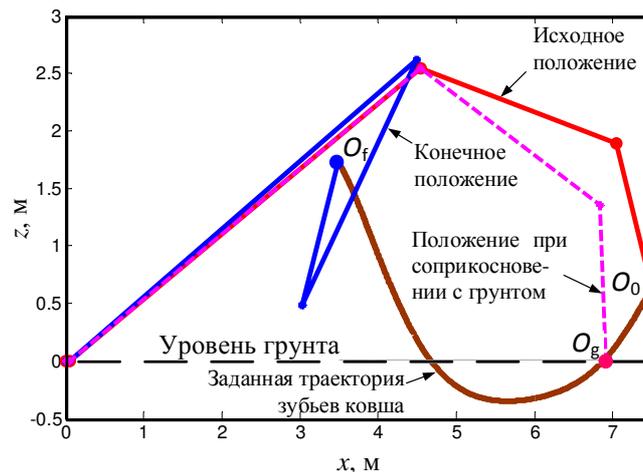
координат  $q(t)$ , которые бы обеспечили движение рабочего инструмента по определенному пути, удовлетворяя при этом накладываемые ограничения и условия (7).

Приведенные выше соотношения были использованы при синтезе оптимальной траектории РО СДМ. В качестве примера рассмотрен экскаватор с обратной лопатой с конструктивными параметрами РО, приведенными в табл. 1. Динамика РО моделировалась уравнением (8). Оптимизация значений весовых коэффициентов  $\gamma_i, i = \overline{1,3}$  производилась с помощью генетического алгоритма [18].

**Таблица 1 – Параметры манипулятора экскаватора**

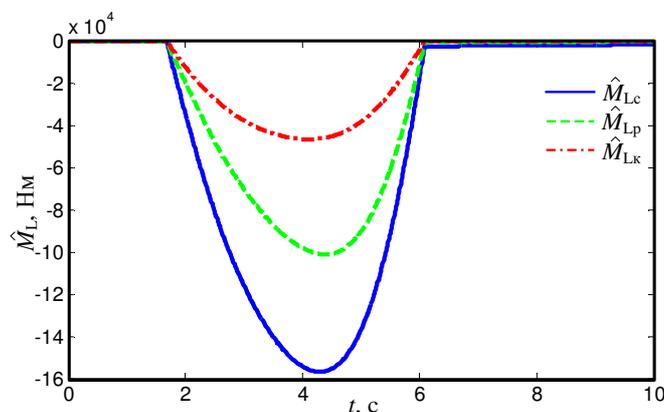
| Звено   | Масса $m_i$ , кг | Момент инерции $I_i$ , кг·м <sup>2</sup> | Длина $l_i$ , м | Расстояния до ЦМ $r_i$ , м | Углы между осями и ЦМ $\alpha_i$ , рад |
|---------|------------------|------------------------------------------|-----------------|----------------------------|----------------------------------------|
| Стрела  | 1566             | 14250,6                                  | 5,16            | 2,71                       | 0,2566                                 |
| Рукоять | 735              | 727,7                                    | 2,59            | 0,64                       | 0,3316                                 |
| Ковш    | 432              | 224,6                                    | 1,33            | 0,65                       | 0,3944                                 |

На рис. 3 приведена кривая, соответствующая требуемой траектории зубьев ковша в декартовой системе координат, а также положения манипулятора, соответствующие исходной  $O_0$ , конечной  $O_f$  точкам движения РО и точке  $O_g$  соприкосновения ковша с грунтом.



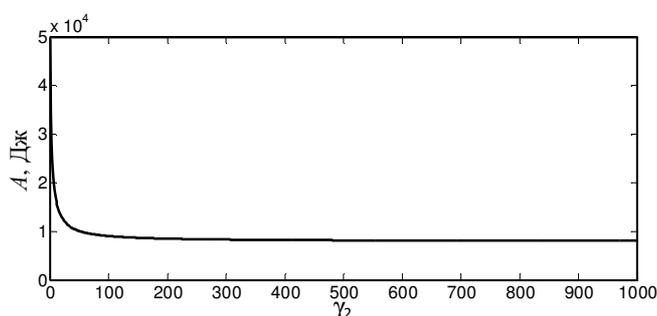
**Рисунок 3 – Рассчитанные положения манипулятора экскаватора**

Оценку изменения моментов сил сопротивления копанью отображает рис. 4.



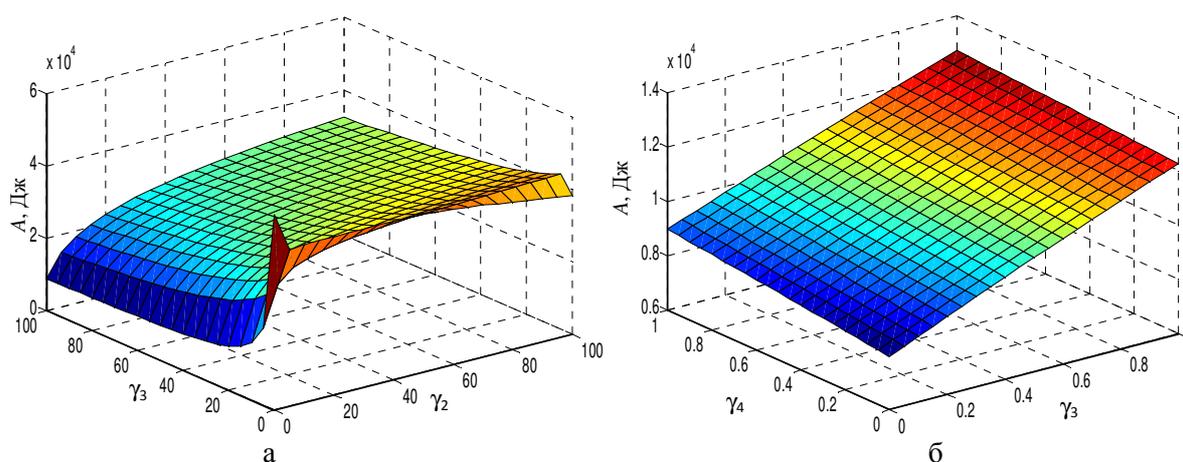
**Рисунок 4 – Моменты сил сопротивления копанью**

Очевидно, что для уменьшения значения целевой функции (7) необходимо минимизировать движение стрелы. Это также подтверждается рис. 4, который отображает зависимость работы  $A$  от коэффициента  $\gamma_2$  в уравнении (5) при фиксированных значениях  $\gamma_3 = \gamma_4 = 0,1$ .



**Рисунок 5 – Зависимость значения работы от коэффициента  $\gamma_2$**

Как следует из рис. 5, увеличение значения коэффициента  $\gamma_2$  свыше 200 не приводит к существенному снижению работы  $A$ , т.к. обеспечить заданное движение только за счет перемещения рукоятки и ковша невозможно. В то же время уменьшение области допустимых значений коэффициентов  $\gamma_i$  сокращает время оптимизации. Зависимости  $A(\gamma_2, \gamma_3)$  и  $A(\gamma_3, \gamma_4)$  приведены на рис. 6. Из рис. 6 видно, что значение работы уменьшается со снижением коэффициентов  $\gamma_3$  и  $\gamma_4$ .



**Рисунок 6 – Зависимость работы от коэффициентов  $\gamma_i$ :**

а –  $A(\gamma_2, \gamma_3)$ ; б –  $A(\gamma_3, \gamma_4)$

Анализ рис. 4 – 6 позволил наложить следующие ограничения на значения весовых коэффициентов  $\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ :

$$0 < \gamma_2 \leq 200; \quad (9)$$

$$0 < \gamma_3 \leq 1; \quad (10)$$

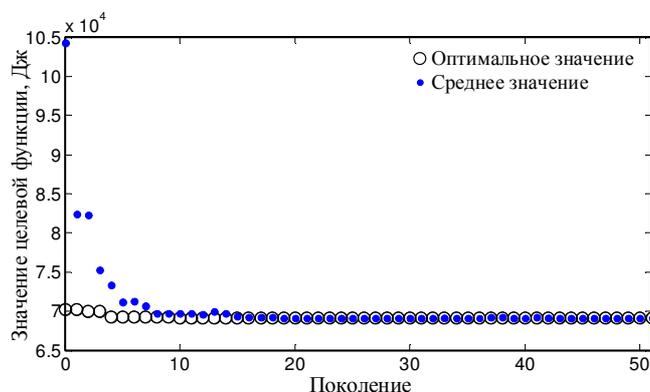
$$0 < \gamma_4 \leq 1; \quad (11)$$

Кроме того, угол резания ковшом ограничен диапазоном  $30...50^\circ$ .

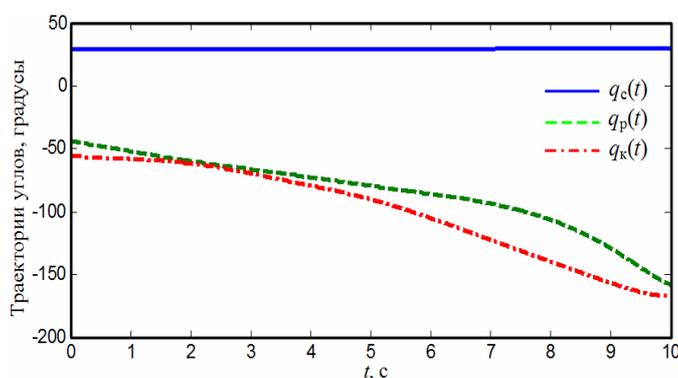
Изменение значения целевой функции (7) в ходе оптимизации отображает рис. 7. Как видно из этого рисунка, оптимальное решение получено за 51 шаг (поколение), однако уже через 15 поколений значение целевой функции близко к оптимальному. Полученные значения весовых коэффициентов равны  $\gamma_1 = 200, \gamma_2 = 0,01, \gamma_3 = 0,01$ .

Соответствующее им значение работы составляет  $A = 69126$  Дж против  $A = 89438$  Дж при значениях весовых коэффициентов, полученных по методике из работы [15].

Полученные оптимальные законы изменения углов поворота стрелы  $q_c(t)$ , рукояти  $q_p(t)$  и ковша  $q_k(t)$  приведены на рис 8.



**Рисунок 7 – Изменение значения целевой функции в процессе оптимизации**



**Рисунок 8 – Законы изменения углов поворота звеньев РО**

Таким образом, полученные траектории  $q(t)$  удовлетворяют заданные условия гладкости, а также являются оптимальными с точки зрения минимума энергетических затрат на реализацию рабочего процесса.

**Выводы.** Основной целью САУ РО СДМ является повышение производительности машины и снижение энергетических затрат на выполнение рабочего процесса. Затраты энергии в значительной степени зависят от законов изменения (траекторий) присоединенных координат РО.

В результате данного исследования разработана функциональная модель подсистемы САУ РО СДМ, осуществляющей синтез траекторий, которая позволила выделить основные подэтапы процесса синтеза оптимальных траекторий присоединенных координат РО. В качестве критерия энергоэффективности САУ РО СДМ предложено использовать работу сил сопротивления, преодолеваемых машиной при выполнении рабочей операции.

Усовершенствован предложенный в работе [15] метод синтеза траекторий РО СДМ за счет оптимизации параметров уравнения для расчета траекторий.

Результаты компьютерного моделирования показывают, что предложенная система обеспечивает до 23% экономии энергии по сравнению с существующими решениями.

Приведенные результаты могут быть распространены на случай управления промышленными роботами.

### Литература

1. *Springer Handbook of Robotics* / eds. B. Siciliano, O. Khatib. – Springer, 2008. – 1611 p.
2. Акинфиев А. А. Создание системы управления операцией копания для одноковшового гидравлического экскаватора с целью повышения эффективности его работы: дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.05.04 – дорожные, путевые и строительные машины / А. А. Акинфиев. – М., 1983. – 236 с.
3. Valášek M. Synthesis of optimal trajectory of industrial robots / M. Valášek // *Kybernetika*. – 1986. – V. 22. – № 5. – P. 409 – 424.
4. Hussong A. Restricted minimum-effort motion planning for serial manipulators / A. Hussong, B. Heimann // *Proc. of the 12th IFToMM World Congress*. – 2007. – 6 p.
5. Aljawi A. Selection of a trajectory function for minimum energy requirements of a spherical robot / A. Aljawi, H. Diken, S. Alshahrani // *JKAU: Engineering Science*. – 2004. – V. 15. – № 2. – P. 99 – 110.
6. Alshahrani S. Optimum trajectory function for minimum energy requirements of a spherical robot / S. Alshahrani, H. Diken, A. Aljawi // *6th Saudi Engineering Conf., KFUPM*. – Dhahran. – 2002. – P. 613 – 625.
7. Rassolkin A. Energy saving possibilities in the industrial robot IRB 1600 control / A. Rassolkin, H. Hoimoja, R. Teemets // *7th Intern. Conf. Compatibility and Power Electronics (CPE)*. – 2011. – P. 226 – 229.
8. Chou L. Geometric work of manipulators and path planning based on minimum energy consumption / L. Chou, S. Song // *J. of Mechanical Design*. – 1992. – V. 114. – № 3. – P. 414 – 421.
9. Field G. Iterative dynamic programming: an approach to minimum energy trajectory planning for robotic manipulators / G. Field, Y. Stepanenko // *Proc. on 1996 IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation*. – 1996. – V. 3. – P. 2755 – 2760.
10. Increasing the level of automation in the forestry logging process with crane trajectory planning and control / D. Morales, S. Westerberg, P. La Hera et al. // *J. of Field Robotics*. – 2014. – V. 31. – № 3. – P. 343 – 363.
11. Trajectory planning and time-independent motion control for a kinematically redundant hydraulic manipulator / U. Mettin, P. La Hera, D. Morales et al. // *Proc. on Intern. Conf. on Advanced Robotics*. – 2009. – P. 1 – 6.
12. Study on the Virtual Digging Simulation of a Hydraulic Excavator / Y. Kim, H. Kang, J. Ha et al. // *28th Intern. Symposium on Automation and Robotics in Construction*. – 2011. – P. 95 – 100.
13. Dynamically optimal trajectories for earthmoving excavators / Y. Kim, J. Ha, H. Kang et al. // *Automation in Construction*. – 2013. – V. 35. – P. 568 – 578.
14. Гурко А. Г. Решение обратной задачи кинематики плоского шарнирного избыточного манипулятора / А. Г. Гурко, И. В. Янчевский // *Механика та машинобудування*. – 2014. – № 1. – С. 136 – 147.  
[http://library.kpi.kharkov.ua/uk/ntu\\_mech\\_mash#2014\\_1](http://library.kpi.kharkov.ua/uk/ntu_mech_mash#2014_1)
15. Optimal Kinematic Control of a Robotic Excavator with Laser TVS feedback / O. Sergiyenko, D. Hernandez-Balbuena, A. Gurko et al. // *Proc. of 39th Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society*. – 2013. – P. 4239 – 4244.
16. Баловнев В. И. Определение оптимальных параметров и выбор землеройных машин в зависимости от условий эксплуатации / В. И. Баловнев. – М. : МАДИ, 2012. – 134 с.
17. Guaranteed Control of a Robotic Excavator During Digging Process / A. Gurko, O. Sergiyenko, O. Hipólito et al. // *12th Intern. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2015)*. – 2015. – V.2. – P. 52 – 59.
18. Захарова Е. М. Обзор методов многомерной оптимизации / Е. М. Захарова, И. К. Минашина // *Информационные процессы*. – 2014. – Т. 14. – №. 3. – С. 256 – 274.

## References

1. *Springer Handbook of Robotics* / eds. B. Siciliano, O. Khatib. – Springer, 2008. – 1611 p.
2. Akinfiyev A. A. *Sozdanie sistemy upravleniya operaciyey kopaniya dlya odnokovshovogo gidravlicheskogo ekskavatora s celyu povysheniya effektivnosti ego raboty: dis. na soiskanie uch. stepeni kand. tehn. nauk: spec. 05.05.04 – dorozhnye, putevye i stroitelnye mashiny* / A. A. Akinfiyev. – M., 1983. – 236 s.
3. Valášek M. *Synthesis of optimal trajectory of industrial robots* / M. Valášek // *Kybernetika*. – 1986. – V. 22. – № 5. – P. 409 – 424.
4. Hussong A. *Restricted minimum-effort motion planning for serial manipulators* / A. Hussong, B. Heimann // *Proc. of the 12th IFToMM World Congress*. – 2007. – 6 p.
5. Aljawi A. *Selection of a trajectory function for minimum energy requirements of a spherical robot* / A. Aljawi, H. Diken, S. Alshahrani // *JKAU: Engineering Science*. – 2004. – V. 15. – № 2. – P. 99 – 110.
6. Alshahrani S. *Optimum trajectory function for minimum energy requirements of a spherical robot* / S. Alshahrani, H. Diken, A. Aljawi // *6th Saudi Engineering Conf., KFUPM*. – Dhahran. – 2002. – P. 613 – 625.
7. Rassolkin A. *Energy saving possibilities in the industrial robot IRB 1600 control* / A. Rassolkin, H. Hoimoja, R. Teemets // *7th Intern. Conf. Compatibility and Power Electronics (CPE)*. – 2011. – P. 226 – 229.
8. Chou L. *Geometric work of manipulators and path planning based on minimum energy consumption* / L. Chou, S. Song // *J. of Mechanical Design*. – 1992. – V. 114. – № 3. – P. 414 – 421.
9. Field G. *Iterative dynamic programming: an approach to minimum energy trajectory planning for robotic manipulators* / G. Field, Y. Stepanenko // *Proc. on 1996 IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation*. – 1996. – V. 3. – P. 2755 – 2760.
10. *Increasing the level of automation in the forestry logging process with crane trajectory planning and control* / D. Morales, S. Westerberg, P. La Hera et al. // *J. of Field Robotics*. – 2014. – V. 31. – № 3. – P. 343 – 363.
11. *Trajectory planning and time-independent motion control for a kinematically redundant hydraulic manipulator* / U. Mettin, P. La Hera, D. Morales et al. // *Proc. on Intern. Conf. on Advanced Robotics*. – 2009. – P. 1 – 6.
12. *Study on the Virtual Digging Simulation of a Hydraulic Excavator* / Y. Kim, H. Kang, J. Ha et al. // *28th Intern. Symposium on Automation and Robotics in Construction*. – 2011. – P. 95 – 100.
13. *Dynamically optimal trajectories for earthmoving excavators* / Y. Kim, J. Ha, H. Kang et al. // *Automation in Construction*. – 2013. – V. 35. – P. 568 – 578.
14. Gurko A. G. *Reshenie obratnoy zadachi kinematiki ploskogo sharnirnogo izbytochnogo manipulyatora* / A. G. Gurko, I. V. Yanchevskiy // *Mehanika ta mashinobuduvannya*. – 2014. – № 1. – S. 136 – 147.  
[http://library.kpi.kharkov.ua/uk/ntu\\_mech\\_mash#2014\\_1](http://library.kpi.kharkov.ua/uk/ntu_mech_mash#2014_1)
15. *Optimal Kinematic Control of a Robotic Excavator with Laser TVS feedback* / O. Sergiyenko, D. Hernandez-Balbuena, A. Gurko et al. // *Proc. of 39th Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society*. – 2013. – P. 4239 – 4244.
16. Balovnev V. I. *Opredelenie optimalnyh parametrov i vybor zemleroynyh mashin v zavisimosti ot usloviy ekspluatatsii* / V. I. Balovnev. – M. : MADI, 2012. – 134 s.
17. *Guaranteed Control of a Robotic Excavator During Digging Process* / A. Gurko, O. Sergiyenko, O. Hipólito et al. // *12th Intern. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2015)*. – 2015. – V.2. – P. 52 – 59.
18. Zaharova E. M. *Obzor metodov mnogomernoy optimizatsii* / E. M. Zaharova, I. K. Minashina // *Informacionnye processy*. – 2014. – T. 14. – №. 3. – S. 256 – 274.

© Гурко А.Г.  
Надійшла до редакції 12.05.2016